

**FACULDADE DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE DO PORTO**

# **Redução de desperdícios de corte em empresas Têxtil-Lar**

**Ricardo Nuno Pinto Salazar de Almeida**



Mestrado Integrado em Engenharia Electrotécnica e de Computadores

Orientador: Elsa Marília da Costa Silva

Co-orientador: Maria Antónia da Silva Lopes de Carravilla

30 de Abril de 2014



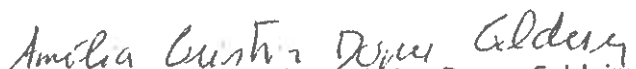
A Dissertação intitulada

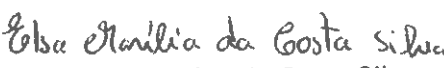
“Redução de Desperdícios de Corte em Empresas Têxtil - Lar”

foi aprovada em provas realizadas em 08-04-2014

o júri

  
Presidente Professor Doutor Fernando Arménio da Costa Castro e Fontes  
Professor Associado do Departamento de Engenharia Eletrotécnica e de  
Computadores da Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto

  
Professora Doutora Amélia Cristina Duque Caldeira Matos  
Professora Adjunta do Departamento de Matemática do Instituto Superior de  
Engenharia do Porto

  
Doutora Elsa Marília da Costa Silva  
Investigadora do INESC-TEC

  
Professora Doutora Maria Antónia Carravilla  
Professora Associada do DEGI - FEUP

O autor declara que a presente dissertação (ou relatório de projeto) é da sua exclusiva autoria e foi escrita sem qualquer apoio externo não explicitamente autorizado. Os resultados, ideias, parágrafos, ou outros extratos tomados de ou inspirados em trabalhos de outros autores, e demais referências bibliográficas usadas, são corretamente citados.

  
Autor - Ricardo Nuno Pinto Salazar de Almeida

Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto



# Resumo

Ao longo das últimas décadas tem sido intensivo o estudo acerca de problemas na área de *Cutting and Packing*, ou *C&P*, problemas estes que se podem encontrar num variado leque de indústrias. Este estudo levou à criação de métodos para obtenção de resultados ideias, algoritmos de otimização. No entanto, devido à grande complexidade que este tipo de problemas poderá ter, estes resultados necessitam por vezes de um tempo de processamento demasiado alto, sendo estes irrealistas para uma aplicação prática.

Desta forma surge a oportunidade para o desenvolvimento de heurísticas, criadas com o objetivo de obter um resultado eficiente e próximo do ideal com um tempo de processamento adequado à realidade prática.

No seguimento da dissertação desenvolvida por Bernardo Cerqueira [1] surge a possibilidade do desenvolvimento de heurísticas que permitam encontrar soluções para os processos de corte da empresa Textilar - Indústrias Têxteis S.A., uma empresa de produção de artigos da categoria têxtil-lar. Esta dissertação terá como objetivo não só o desenvolvimento de uma heurística de otimização para o processo de corte da empresa Textilar mas também a implementação da mesma numa aplicação informática.

Para isso, em primeiro lugar será feita uma abordagem que nos permita perceber qual o tipo de problema com que nos encontramos. Essa análise será feita utilizando tipologias desenvolvidas para problemas do tipo *C&P* ao longo dos últimos anos, nomeadamente a desenvolvida em 2007.

Numa segunda parte do documento será apresentada a heurística desenvolvida, que terá como base algumas já desenvolvidas para problemas similares. Utilizando algumas instâncias fornecidas pela empresa Textilar, a heurística será testada e os seus resultados demonstrados e discutidos. Numa análise final será efetuado um balanço da eficiência da heurística assim como propostas de melhoramento da mesma.



# Abstract

Along the past few decades, studies in the area of Cutting and Packing have been extensive, as a result of the vast number of applications throughout industries. This study led to the creation of methods in order to obtain ideal results, optimization algorithms. However, this results, due to the great complexity this type of problems may have, needed a long processing time making them unrealistic for practical applications.

This way an opportunity for the development of heuristics emerges, whose objective is not to find the ideal solution but one that can be calculated in an adequate processing time, while still presenting some efficient results.

As a result of the dissertation developed by Bernardo Cerqueira [1] emerges the possibility for the development of heuristics that permit an optimization of cutting processes in Textilar - Indústrias Têxteis S.A. industry, a company whose goal is the production of products in the home textile category. The purpose of this dissertation is not only the development of an optimization heuristic for the cutting process of Textilar, but also the implementation of an informatics application.

In order to do that, first an approach that lets us realize the kind of problem we have must be done. This analysis will be made using typologies developed for the C&P problems. Then the heuristic will be presented, having some techniques used in other heuristics as a base for it. Using some instances supplied by Textilar, the heuristic will be testes and its results presented and discussed.

In a final analysis, an assessment will be made as will some propositions for future work.





# Agradecimentos

À Professora Elsa Silva, por toda a sua paciência e compreensão que foram essenciais a manter a motivação durante o desenvolvimento do trabalho. Por toda a disponibilidade que sempre demonstrou em ajudar e garantir que tinha todo o apoio necessário..

À Professora Maria Antónia Carravilla, cuja confiança e honestidade foram os motores para o início deste projeto e cuja compreensão me ajudou a levantar nos momentos mais complicados.

A todos os meus amigos que me ajudaram a tornar na pessoa que sou hoje, por todas as memórias e momentos que levo comigo para a vida. A todos os laços que o tempo nunca poderá quebrar. Que este passo não signifique um adeus mas apenas um até já.

Ao Pai, Mãe e irmão, por todo o apoio dado ao longo da minha vida e por todos os ensinamentos que me deram os valores necessários para cingir na vida.

Aos meus Padrinhos, por garantirem a continuidade da minha educação nos momentos mais difíceis e por todo o apoio incondicional que me deram ao longo da vida.

Ricardo Almeida



*“Um timoneiro que se preze  
continua a navegar mesmo com a vela despedaçada”*

Lucius Annaeus Seneca



# Conteúdo

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>1</b>
1.1	Enquadramento . . . . .	1
1.2	Objetivos . . . . .	2
1.3	Estrutura do Documento . . . . .	3
<b>2</b>	<b>Descrição do problema</b>	<b>5</b>
2.1	Dados do problema . . . . .	8
<b>3</b>	<b>Revisão da Literatura</b>	<b>11</b>
3.1	Antiga estruturação dos problemas do tipo C&P . . . . .	12
3.2	Desenvolvimento de uma nova tipologia . . . . .	13
3.2.1	Dimensionalidade . . . . .	14
3.2.2	Objetivo do problema . . . . .	14
3.2.3	Tipos de itens pequenos . . . . .	14
3.2.4	Tipos de objetos grandes . . . . .	15
3.2.5	Forma dos itens pequenos . . . . .	15
3.3	Enquadramento do problema . . . . .	15
3.4	Solução através de geração de colunas . . . . .	16
3.5	Heurísticas para resolução do problema . . . . .	16
3.5.1	Heurísticas para 2 estágios . . . . .	17
3.5.2	Heurística para 3 estágios . . . . .	17
3.6	Conclusão . . . . .	18
<b>4</b>	<b>Heurística Proposta</b>	<b>19</b>
4.1	Definição e descrição da Heurística . . . . .	19
4.2	Apresentação de exemplo . . . . .	23
4.2.1	Criação do primeiro padrão de corte . . . . .	23
4.3	Resultados do exemplo teste . . . . .	28
4.3.1	2 estágios + <i>trimming</i> . . . . .	29
4.3.2	3 estágios . . . . .	32
4.3.3	3 estágios + <i>trimming</i> . . . . .	35
4.4	Conclusões . . . . .	35
<b>5</b>	<b>Resultados</b>	<b>37</b>
5.1	Caracterização das instâncias . . . . .	37
5.2	Apresentação e discussão de resultados . . . . .	38
5.2.1	Resultados obtidos considerando possibilidade de rotação e inserção de meias-peças . . . . .	38

5.2.2	Resultados obtidos sem possibilidade de rotação nem inserção de meias-peças . . . . .	40
<b>6</b>	<b>Conclusão e trabalhos futuros</b>	<b>43</b>
<b>A</b>	<b>Anexos</b>	<b>45</b>
A.1	Descrição das funções do código simplificado . . . . .	45
A.1.1	criar pecas . . . . .	45
A.1.2	atualizar prioridades . . . . .	45
A.1.3	seleccionar peca . . . . .	45
A.1.4	ha pecas por testar . . . . .	45
A.1.5	possivel inserir em stack . . . . .	45
A.1.6	possivel inserir em nivel peca inteira . . . . .	46
A.1.7	possivel inserir em nivel meia peca . . . . .	46
A.1.8	possivel criar nivel . . . . .	46
A.1.9	possivel criar nivel meia peca . . . . .	46
A.1.10	verificar posicao . . . . .	46
A.1.11	verificar combos . . . . .	46
A.1.12	fechar padrao . . . . .	46
A.1.13	ajustar comprimento do padrao . . . . .	46
A.1.14	criar ficheiro do padrao . . . . .	47
A.1.15	reset pecas testadas . . . . .	47
A.1.16	fechar niveis e stacks . . . . .	47
A.1.17	criar ficheiros de info . . . . .	47
	<b>Referências</b>	<b>49</b>

# Lista de Figuras

2.1	Disposição do tecido na mesa de corte . . . . .	5
2.2	Exemplo de um padrão de corte . . . . .	6
2.3	Padrão de corte do tipo 3 estágios <i>c/ trimming</i> . . . . .	7
2.4	Enfestos e meias-peças numa mesada . . . . .	9
4.1	Organização de um padrão de corte por níveis . . . . .	20
4.2	Padrão de corte teste - Parte 1 . . . . .	24
4.3	Padrão de corte teste - Parte 2 . . . . .	25
4.4	Padrão de corte teste - Parte 3 . . . . .	26
4.5	Padrão de corte teste - Parte 4 . . . . .	27
4.6	Padrão de corte teste - Final . . . . .	28
4.7	Resultados teste para 2 estágios + trimming: Padrão Nº1 . . . . .	29
4.8	Resultados teste para 2 estágios + trimming: Padrão Nº2 . . . . .	30
4.9	Resultados teste para 2 estágios + trimming: Padrão Nº3 . . . . .	30
4.10	Resultados teste para 2 estágios + trimming: Padrão Nº4 . . . . .	31
4.11	Resultados teste para 3 estágios sem trimming: Padrão Nº1 . . . . .	32
4.12	Resultados teste para 3 estágios sem trimming: Padrão Nº2 . . . . .	33
4.13	Resultados teste para 3 estágios sem trimming: Padrão Nº3 . . . . .	33
4.14	Resultados teste para 3 estágios sem trimming: Padrão Nº4 . . . . .	34
4.15	Resultados teste para 3 estágios + trimming: Padrão Nº1 . . . . .	35





# Lista de Tabelas

2.1	Dados acerca dos parâmetros do problema . . . . .	8
4.1	Dados de pedido de fabrico . . . . .	23
4.2	Comparação de áreas . . . . .	23
4.3	Tabela de prioridades inicial . . . . .	24
4.4	Tabela de prioridades intermédia . . . . .	26
4.5	Tabela de prioridades Final . . . . .	28
4.6	Resultados finais para 2 estágios + trimming . . . . .	29
4.7	Resultados finais para 3 estágios sem trimming . . . . .	32
4.8	Resultados finais para 3 estágios + trimming . . . . .	35
5.1	Instâncias analisadas . . . . .	38
5.2	Resultados das instâncias para 2 estágios com trimming . . . . .	39
5.3	Resultados das instâncias para 3 estágios sem trimming . . . . .	39
5.4	Resultados das instâncias para 3 estágios com trimming . . . . .	40
5.5	Resultados das instâncias para 2 estágios com trimming . . . . .	41
5.6	Resultados das instâncias para 3 estágios com e sem trimming . . . . .	42



# Abreviaturas e Símbolos

PF	Pedido de Fabrico
C&P	<i>Cutting &amp; Packing</i>
FFDH	<i>First Fit Decreasing Height</i>
NFDH	<i>Next Fit Decreasing Height</i>
BFDH	<i>Best Fit Decreasing Height</i>
HFF	<i>Hybrid First Fit</i>
HNF	<i>Hybrid Next Fit</i>
HBF	<i>Hybrid Best Fit</i>



# Capítulo 1

## Introdução

### 1.1 Enquadramento

A Textilar é uma empresa vertical que engloba diferentes etapas produtivas da indústria têxtil desde a tecelagem até à expedição do produto acabado embalado. A roupa de cama representa a quase totalidade da produção da empresa.

O Departamento Comercial recebe as encomendas e define, em conjunto com o cliente, o produto acabado pretendido. Essa definição inclui, para além da especificação dos materiais e acessórios para confeção, a definição dos materiais e acessórios para embalagem. A intervenção do Departamento Comercial termina com a aceitação da encomenda por parte do cliente. O processo é seguidamente remetido para o Departamento de Produção, cabendo a este a gestão das encomendas a produzir e respetivas datas de entrada em produção gerando Pedidos de Fabrico (PF). Um PF inclui toda a informação necessária aos vários setores da empresa para satisfação da encomenda, desde as características do rolo de tecido a produzir/utilizar passando pelas dimensões e quantidades dos componentes que constituem os confeccionados a produzir e por fim também os materiais para as embalagens.

A primeira fase de produção na empresa é a da tecelagem, produzindo-se a tela com as características necessárias para satisfação da encomenda. De seguida, realizam-se as fases de acabamento de tinturaria e/ou estampagem, a que finalmente se segue a fase de corte dos rolos de tecido. Os produtos são então confeccionados e embalados. Entre cada uma destas fases existe stock que poderá ser utilizado numa fase de produção subsequente, conforme definido pelo planeamento de produção. O stock intermédio pode ser alimentado pelo produto acabado de uma fase a montante ou por produto adquirido a um fornecedor externo (e.g. os rolos de tecido importados do Paquistão, que são tingidos ou estampados na Textilar).

Cada confeccionado é produzido a partir de um tecido com determinadas características de tecelagem, tinturaria e estampagem. Para garantir um bom fluxo de produção e evitar custos de set-up excessivos, são definidos, para cada uma das fases do processo, mínimos de produção a cumprir. Por exemplo, na fase da tecelagem cada largura de cada referência de tecelagem terá uma quantidade mínima de produção (em metros), o mesmo acontecendo a cada cor na tinturaria ou a

cada desenho na estampagem. Note-se que a mesma cor pode ser aplicada a diferentes referências de tecelagem e o mesmo estampado pode ser aplicado a diferentes cores de base. Esta flexibilidade torna o problema de planeamento dessa sequência de fases particularmente complexo. Também na fase de corte se pretende garantir um comprimento mínimo de tecido a que seja aplicado o mesmo padrão de corte, de forma a balancear o desperdício com a produtividade do corte.

As dificuldades sentidas no planeamento da produção da Textilar, em particular na definição das características dos rolos de tecido a produzir ou adquirir e dos padrões de corte neles aplicados para produção dos confeccionados, que são base do negócio da empresa, representam um problema continuado e de enorme importância.

É notório que todas essas restrições e graus de liberdade tornam muito complicado o processo de planeamento de produção. Entre decidir quais as melhores larguras de rolo de tecido a produzir, de entre um conjunto de larguras standard predefinidas, que possam resultar nos planos de corte com menos desperdício, decidir que rolos usar de stock ou então que rolos adquirir junto de um fornecedor externo, ou até qual o plano de corte que melhor se adequa a uma dada largura de tela, torna-se difícil chegar, de uma forma manual, à melhor solução de entre um número extraordinariamente grande de combinações possíveis. É desta forma que se abre espaço a uma aplicação informática que, utilizando modelos de otimização matemática avançados, auxilie este planeamento e apoie o processo de decisão dos planos de corte.

Uma primeira abordagem ao problema da empresa foi proposta na dissertação [1], que para além da definição do problema em estudo propõe também um modelo matemático que permite a resolução integrada do problema tendo em consideração todo o planeamento da produção e os respetivos custos. O modelo matemático proposto assenta no conhecimento de um conjunto alargado de padrões de corte (disposição geométrica das peças no tecido), nesta dissertação serão criados padrões de corte que poderiam ser utilizados pelo modelo matemático proposto por [1].

## 1.2 Objetivos

Nesta dissertação apenas será estudado o problema da secção de corte. Para isso serão desenvolvidos e implementados algoritmos heurísticos, que terão como foco a geração de padrões de corte que respeitem as restrições do processo e permitam a minimização de desperdícios. Por padrão de corte entende-se a disposição das peças a serem produzidas no tecido de forma a ser efetuado o corte (este processo será explicado com mais detalhe no capítulo 2).

De forma a cumprir este objetivo será necessário:

1. Efetuar uma análise do problema;
2. Efetuar um levantamento bibliográfico de problemas semelhantes na literatura;
3. Criar uma abordagem para resolução de um problema de geração de padrões de corte;
4. Implementar o algoritmo definido utilizando o software Microsoft Visual Studio 2013 em linguagem C++;

5. Efetuar testes e melhorias contínuas ao algoritmo já desenvolvido;
6. Utilizar ferramentas gráficas (gnuplot) de forma a visualizar o resultado obtido;

## 1.3 Estrutura do Documento

Este documento será constituído por 6 capítulos. Neste primeiro, introdução, é apresentado o enquadramento do problema, objetivos da dissertação e estrutura do documento.

No Capítulo 2, Definição e Descrição do problema, haverá uma descrição que permite uma melhor compreensão do problema em estudo, assim como definição dos parâmetros utilizados.

No Capítulo 3, Revisão de Literatura, serão apresentados os resultados da pesquisa efetuada acerca de problemas semelhantes na literatura.

No Capítulo 4, Heurística proposta, a heurística desenvolvida será apresentada, tendo em consideração os resultados obtidos do capítulo 2 e 3.

No Capítulo 5, Resultados, haverá uma apresentação dos resultados obtidos com a heurística desenvolvida de forma a poder obter conclusões, que serão apresentadas no Capítulo 6 juntamente com propostas para trabalhos futuros.





## Capítulo 2

### Descrição do problema

O problema que se pretende resolver ao longo do desenvolvimento desta dissertação é um problema de corte, conhecido na literatura como *cutting stock problem*, neste caso do tipo 2 dimensões e de dimensão aberta. É de dimensão aberta pois o comprimento dos padrões de corte é variável, podendo ser adaptado de forma a minimizar desperdícios. Neste tipo de problema, o cliente envia um pedido de fabrico (PF) constituído pelas peças que pretende. Essas peças, conhecidas na literatura como itens pequenos, têm um comprimento  $l_i$ , uma largura  $w_i$  e uma quantidade a ser produzida  $q_i$ . O objetivo do problema prende-se na produção de todas as peças utilizando o mínimo tecido possível.

De forma a produzir as peças, o tecido é desenrolado e dobrado em camadas sobre uma mesa. A esta disposição dá-se o nome de mesada. Uma mesada, como se pode ver na figura 2.1 [1], têm um comprimento  $L$ , uma largura  $W$ , e uma altura  $H$ . É importante referir a existência de tecido na dobra entre folhas. Este tecido, denominado enfesto, é normalmente considerado desperdício e não é utilizado na confecção de peças visto ter um comprimento pouco preciso. No entanto, caso o cliente o aprove, esse tecido poderá ser utilizado na confecção de peças, como irá ser explicado mais adiante.

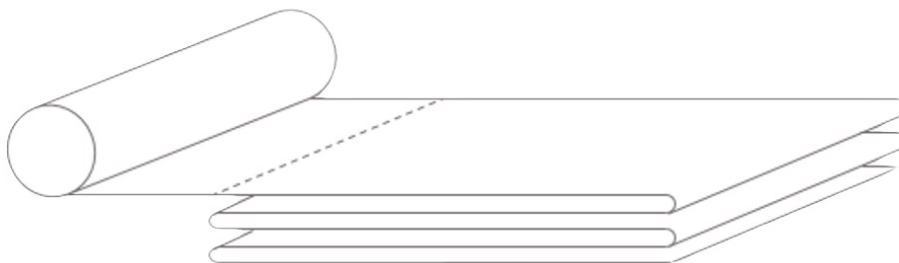


Figura 2.1: Disposição do tecido na mesa de corte

Importa também referir que numa mesada todas as folhas deverão ter o mesmo padrão de corte, visto que o corte é efetuado a todas as folhas em simultâneo. Um padrão de corte, de comprimento

$W$  e largura  $L$ , define onde deverão ser feitos os cortes de forma a produzir as peças do PF (figura 2.2).

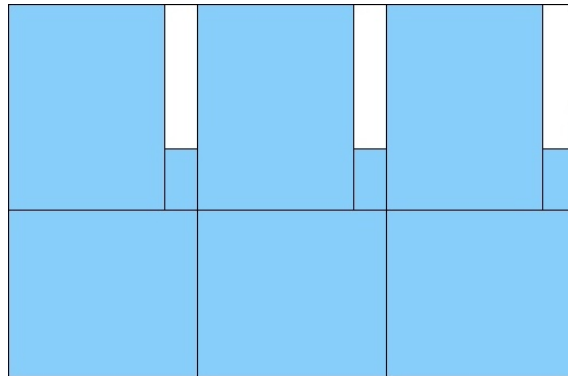


Figura 2.2: Exemplo de um padrão de corte

Caso existam peças que não exijam precisão, estas poderão incluir os enfeitos da mesada. Isto é feito através da definição de meias peças no padrão de corte. Uma meia-peça é inserida no final do padrão de corte, ficando metade desta numa folha e a outra metade na folha seguinte. Neste caso, o corte não é feito do lado do enfeito de forma a não cortar a peça a meio. É importante referir que ao utilizar os enfeitos para produção de peças é necessário garantir que o número de folhas a produzir é par, de forma a que nenhuma meia-peça fique por produzir.

Devido a restrições técnicas do processo de corte, os padrões de corte considerados neste caso são do tipo guilhotinados. Isto significa que os cortes são efetuados na totalidade do comprimento/largura do padrão, não podendo parar a meio do mesmo. Outro atributo importante dos padrões de corte é o número de estágios. O número de estágios é o número de cortes com direções diferentes que a máquina terá de efetuar de forma a separar as peças de um padrão.

Considere-se o caso da figura 2.2, cujo corte está representado na figura 2.3. Neste caso foi efetuado inicialmente um corte na vertical, separando o padrão em três (1º estágio). Seguidamente fez-se um corte na horizontal de forma a separar a peça maior, que se encontra por baixo, das duas peças que se encontram por cima, obtendo assim o 2º estágio. Após estes dois cortes, é ainda necessário efetuar mais um corte na vertical de forma a separar as duas peças que se encontram juntas, obtendo assim três estágios de corte.

Após os três estágios de corte, a peça mais pequena que se encontra no padrão ainda está junta a algum tecido que é considerado desperdício sendo necessária a execução de mais um corte. Este corte caracterizado pela possibilidade da existência deste tecido juntamente com as peças após todos os estágios é chamado de corte com *trimming*. A separação desse tecido poderá ser feita num processo externo de forma a poupar um estágio na máquina de corte, que por vezes poderá ser dispensoso.

A solução desenvolvida nesta dissertação será para um problema guilhotinado e deverá ser capaz de criar padrões de 2 estágios *c/trimming*, 3 estágios *s/trimming* e 3 estágios *c/trimming*.

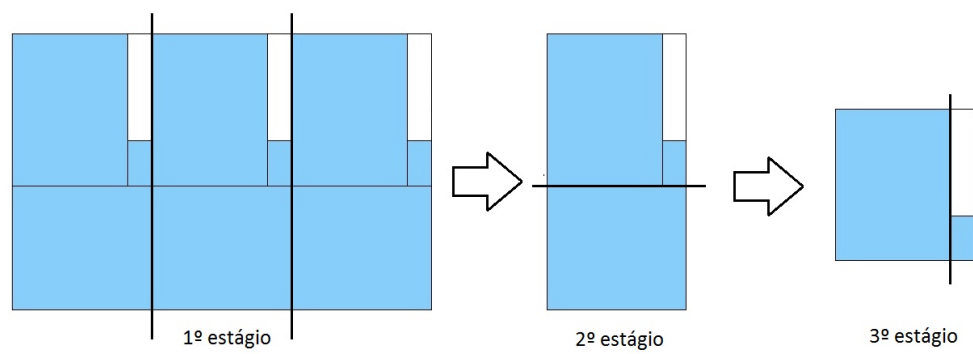


Figura 2.3: Padrão de corte do tipo 3 estágios *c/ trimming*

Também deverá ser capaz de utilizar enfestos, quando as peças assim o permitirem, para um melhor aproveitamento do padrão de corte.

## 2.1 Dados do problema

Para uma melhor compreensão do problema, torna-se necessário a definição dos parâmetros do mesmo. O PF é responsável pelos dados de entrada do problema, dispondo de informações acerca das peças e dos rolos que estão disponíveis para a produção das mesmas. Os parâmetros relativos à caracterização das peças e dos rolos são apresentados na tabela 2.1.

Tabela 2.1: Dados acerca dos parâmetros do problema

Parâmetro	Índice
Peça	$i$
Rolo	$j$
Comprimento da peça	$l_i$
Largura da peça	$w_i$
Quantidade de peças a produzir	$q_i$
Possibilidade de rotação das peças	$o_i$
Possibilidade de utilização de enfeitos	$m_i$
Referência da peça	$r_i$
Largura do rolo	$w_j$
Referência do rolo	$r_j$

O comprimento e largura da peça são valores que definem o tipo de peça. Peças que contenham o mesmo comprimento e largura estão agrupadas, havendo por essa razão a quantidade de peças a produzir de forma a saber quantas peças existem do mesmo tipo.

A possibilidade de rotação das peças é um valor que nos indica se, devido ao padrão do tecido (ex.: padrão às riscas) ou devido ao facto de diferentes peças pertencerem ao mesmo conjunto (para garantir uniformidade do conjunto), as peças poderão ser rodadas para melhor utilização do padrão de corte.

A possibilidade de utilização de enfeitos, como já referido antes, permite-nos saber se as peças poderão ser inseridas como meias peças, isto é se é permitido a utilização de enfeitos. Casos como fronhas ou sacos para colchão, onde é permitida uma ligeira variação, permitem a utilização de enfeitos. Na figura 2.4, retirada de[1], está representada uma mesada com referência às meias peças e enfeitos.

A referência da peça existe para relacionar a peça com o rolo, visto que num pedido de fabrico poderão existir peças que utilizem tecidos diferentes e é necessário saber quais os tipos de tecidos referentes a cada peça. Cada rolo terá a largura definida no PF, sendo o comprimento variável consoante as limitações da mesa para corte.

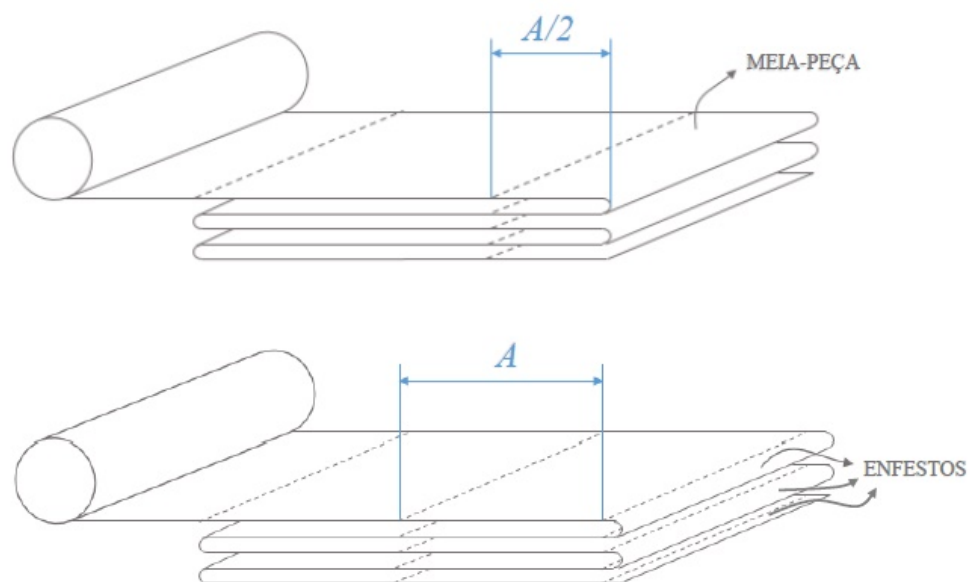


Figura 2.4: Enfestos e meias-peças numa mesada



## Capítulo 3

# Revisão da Literatura

Ao longo de várias décadas foram desenvolvidas diferentes formas de identificar e catalogar os problemas do tipo de *bin packing problems*. De modo a ajudar a clarificar a identificação dos diferentes problemas foram desenvolvidas tipologias.

Uma tipologia, como definido em [2], é uma organização sistemática de objetos em diferentes categorias homogêneas com base num critério de caracterização base. É, a nível prático, orientada e tem o intuito de lidar com objetos reais considerados importantes em primeiro lugar, enquanto os menos importantes podem por vezes ser negligenciados.

Uma tipologia tem por objetivo providenciar uma visão concisa dos objetos mais relevantes e unificar definições e nomenclaturas, de forma a facilitar a comunicação entre investigadores desse campo, permitindo um acesso mais rápido e eficaz a literatura relevante.

Na área de C&P (*cutting and packing*), a primeira tipologia foi introduzida em [3]. No entanto esta tipologia nem sempre encontrou aceitação por parte da comunidade científica. Cerca de 15 anos após essa publicação, tornou-se óbvio que a tipologia apresentada por Dickhoff não era suficiente, tendo em conta os desenvolvimentos dentro da área ao longo desses anos.

Sendo assim, três investigadores, Gerhard Wäscher, Heike Haußner e Holger Schumann decidiram apresentar uma nova tipologia que teria como objetivo principal unificar a opinião da comunidade científica. Esta tipologia deveria ser capaz de categorizar todos os problemas do tipo C&P conhecidos assim como a literatura correspondente. No entanto, para obter uma aceitação por parte da comunidade, os autores tiveram o cuidado de manter os conceitos da tipologia em vigor sempre que possível de forma a evitar problemas de interpretação e confusão dentro da mesma.

Nas secções seguintes será apresentada a estrutura definida pelos autores anteriormente mencionados assim como os parâmetros utilizados para a categorização de problemas do tipo C&P, sendo depois referido o enquadramento do problema em questão nesta dissertação.

### 3.1 Antiga estruturação dos problemas do tipo C&P

Os problemas de *cutting* e *packing* apesar de serem diferentes em alguns aspetos, partilham certos conceitos sendo por isso referidos como um tipo de problema e não diferenciados completamente. O conceito mais básico deste tipo de problemas é a definição do que é o *input*, ou entrada, e *output*, ou saída. Definem-se então dois conjuntos de elementos:

- Conjunto de objetos grandes (entrada, oferta);
- Conjunto de itens pequenos (saída, procura).

O objetivo do problema é portanto distribuir o conjunto de itens pequenos, com número de elementos que varia de 1 a  $n$ , pelo conjunto de objetos grandes, que poderá variar também de 1 a  $n$ . A nível de posicionamento podem ser retiradas portanto algumas restrições:

- Os itens pequenos não poderão ser colocados de forma sobreposta nos objetos grandes;
- Os itens pequenos terão de ficar na sua totalidade dentro das margens dos objetos grandes.

Estas restrições dependem da dimensão do problema, que poderá ser uni ou multi dimensional. Outro factor de categorização é também o objetivo da solução. A utilização parcial ou total do conjunto de objetos grandes e itens pequenos, respetivamente, permite a diferenciação de dois tipos de solução: minimização de objetos largos utilizados ou maximização de itens pequenos. Estas soluções partilham no entanto um conjunto de sub-problemas que são necessários resolver de forma a atingir a solução final óptima:

- Selecção de objetos grandes;
- Selecção de itens pequenos;
- Problema de agrupamento relativamente a itens pequenos;
- Problema de alocação relativamente aos grupos de itens pequenos nos objetos grandes;
- Problema de layout relativamente ao arranjo dos itens pequenos seleccionados em cada um dos objetos grandes considerando a condição geométrica;

A tipologia apresentada em [3] utiliza como critérios, para além dos já apresentados, a classificação tanto dos objetos grandes como dos itens pequenos. Para os objetos grandes são consideradas três classes diferentes: objeto único, objetos idênticos, objetos distintos. Para os itens pequenos são consideradas quatro classes: poucos itens de diferentes tipos, muitos itens de diferentes tipos, muitos itens de relativamente poucos tipos, itens congruentes. Seguidamente encontra-se portanto a categorização final apresentada por Dyckhoff.



**1. Dimensionalidade**

- (1) Uni-Dimensional
- (2) Bi-Dimensional
- (3) Tri-Dimensional
- (N) N-Dimensional ( $N > 3$ )

**2. Tipo de solução**

- (B) Utilizar todos os objetos para alocar alguns itens
- (V) Alocar todos os itens em alguns objetos

**3. Classificação dos objetos grandes**

- (O) Objeto único
- (I) Objetos idênticos
- (D) Objetos distintos

**4. Classificação dos itens pequenos**

- (F) Poucos itens de diferentes tipos
- (M) Muitos itens de diferentes tipos
- (R) Muitos itens de relativamente poucos tipos
- (C) Itens congruentes (iguais em forma e tamanho)

Apesar desta categorização ter representado um passo na uniformização de problemas do tipo C&P, o código utilizado pelas categorias não era auto-explicativo, visto que derivava de uma língua que não era o inglês (alemão), o que provocou alguma dificuldade na aceitação por parte da comunidade científica. Para além disso, em alguns tipos de problemas, como é o caso do *Vehicle Loading Problem*, a classificação do problema era ambíguo. Neste exemplo, o problema tanto foi codificado como sendo 1/V/I/F como sendo 1/V/I/M [3]. Para um exemplo standard como este, uma classificação uniforme e coerente seria desejada. Outros exemplos de incoerência de conceitos podem ser encontrados em [2].

**3.2 Desenvolvimento de uma nova tipologia**

A tipologia desenvolvida por Gerhard Wäscher, Heike Haußner e Holger Schumann baseia-se num esquema em árvore onde o problema começa como um *Pure C&P Problem Type* e acaba em *Refined Problem Type*. Este esquema vai utilizando os parâmetros referidos na tipologia anterior para a definição do problema. Isto permite explicar onde problemas que utilizam parâmetros inesperados se separam dos problemas *standard*. Estes problemas com parâmetros incertos são chamados de *Problem Variants*. Um problema do tipo *Pure C&P Problem Type* juntamente com os

parâmetros de objetivo do problema (maximização da saída ou minimização das entradas) e tipos de itens pequenos formam os chamados *Basic Problem Types*. Estes, por sua vez, juntamente com o parâmetro tipos de objetos grandes formam os chamados *Intermediate Problem Types*. Finalmente, juntando a dimensionalidade e forma dos itens pequenos obtemos os *Refined Problem Types*. Em todos estes parâmetros existem suposições acerca dos resultados possíveis. Caso algum problema utilize dados fora de comum, estes serão considerados como variações do problema visto não haver definição existente acerca dos mesmos. Isto torna o esquema explicado mais global e aceitável pela comunidade científica, problema esse existente na tipologia de Dyckhoff. Nas seguintes subsecções serão explicados mais pormenorizadamente os parâmetros e as suposições tomadas para cada um deles.

### 3.2.1 Dimensionalidade

Quanto à dimensionalidade, os problemas distinguem-se entre uni-, bi- e tri- dimensionais. Qualquer problema com dimensionalidades acima dessas é considerado uma variante nesta tipologia.

### 3.2.2 Objetivo do problema

Assim como na tipologia de Dyckhoff, o objetivo do problema poderá ser maximização das saídas ou minimização das entradas. No caso de maximização de saídas, um conjunto de itens pequenos tem de ser alocado num dado conjunto de objetos grandes. Este conjunto de objetos grandes não é suficiente para alojar todos os itens pequenos e o objetivo deverá ser portanto tentar utilizar o máximo de itens pequenos. No caso de minimização de entradas, todos os itens pequenos deverão ser alocados nos objetos grandes, sendo a solução ótima aquela que utilize objetos grandes de menor valor. Este valor poderá ser calculado através de preço do objeto grande, medidas deste, quantidade de objetos utilizados, etc.

### 3.2.3 Tipos de itens pequenos

Em relação aos tipos de itens pequenos, foram considerados três casos: itens idênticos, classificação heterogénea fraca e classificação heterogénea forte. Itens idênticos refere-se à utilização de itens com a mesma forma e tamanho. No caso de maximização do output como objetivo do problema, pode-se considerar a procura dos itens infinita. Na classificação heterogénea fraca o grupo de itens pequenos é constituído por poucas classes de itens diferentes (em tamanho). Normalmente a procura deste tipo de itens é relativamente grande e pode, ou não, ser limitada por um limite superior de procura. Na classificação heterogénea forte o grupo de itens pequenos é constituído por muitas classes de itens normalmente de procura baixa. Neste caso os itens são muitas vezes considerados como individuais com procura igual a um.

### 3.2.4 Tipos de objetos grandes

Em relação a objetos grandes são apresentados os seguintes casos:

#### Objeto Único

Neste caso o conjunto de objetos grandes singe-se apenas a um elemento. Este poderá ter as suas dimensões fixas ou poderá ter uma ou mais dimensões variável.

#### Vários objetos

Em relação a problemas estudados da literatura, não pareceu necessário ao autor considerar objetos de dimensão fixa para este caso. De forma análoga aos itens pequenos, para este caso existe distinção entre objetos iguais, classificação heterogénea fraca e classificação heterogénea forte. Desta forma obtemos uma extensão à tipologia de Dyckhoff, que apenas considerava objetos grandes como idênticos ou de formas diferentes.

Para além disso a tipologia também supõe que todos os objetos grandes, para duas e três dimensões, são rectangulares, estando os problemas em que estes têm formas diferentes na secção de variantes de problema.

### 3.2.5 Forma dos itens pequenos

No caso de problemas de duas e três dimensões, para a definição de problemas refinados, existe a distinção entre itens pequenos regulares (com formas rectangulares, circulares, cilíndricas, esféricas, etc) e irregulares. De acordo com o que é normalmente considerado na literatura, assume-se que os itens pequenos sendo rectangulares são dispostos ortogonalmente. Problemas que permitem disposição não ortogonal ou misturas entre objetos regulares e não regulares são considerados variantes de problema.

## 3.3 Enquadramento do problema

Após uma análise da tipologia, torna-se possível efetuar o enquadramento do problema em estudo. Os objetos grandes são os rolos de tecido que são caracterizados por uma largura e um comprimento indeterminado, os itens pequenos são as peças rectangulares (fronhas, lençóis, capas para edredão) com procuras conhecidas. Pretende-se que todas as peças sejam cortadas dos rolos de tecido de modo que o desperdício seja mínimo. De acordo com a tipologia de [2] trata-se de um problema do tipo *Open Dimension Problem*, uma vez que se pretende a minimização das entradas (desperdício), os objetos grandes têm dimensão variável e os itens pequenos são pouco heterogéneos. O comprimento da mesa utilizada para o processo de corte será usado para limitar o comprimento possível de um padrão de corte. Sendo assim, os objetos grandes passam a ter dimensão fixa (rectângulos) e, segundo a tipologia, o problema passa a ser caracterizado como *Cutting Stock Problem*. Diferentes comprimentos podem ser considerados para o padrão de corte, e

portanto pode-se dizer que são considerados vários objetos grandes sendo o problema classificado como *Multiple Stock Size Cutting Stock Problem*.

Como análise final ficam as características que definem o nosso problema, ***Multiple Stock Size Cutting Stock Problem***:

- *Input Minimisation*
- *Weakly heterogeneous assortment*
- *Multiple large objects*
- *2-dimensional*

Neste problema é portanto necessário efetuar o corte de um conjunto de itens rectangulares, cada um com uma procura alta, dispostos ortogonalmente num conjunto de objetos grandes. A heurística a desenvolver tem como objetivo minimizar o número de objetos grandes necessário para a alocação de todos os itens.

Nas secções seguintes serão analisados os métodos utilizados para a resolução deste tipo de problemas.

### 3.4 Solução através de geração de colunas

O trabalho de Gilmore e Gomory[4] foi pioneiro na utilização da técnica de geração de colunas para a resolução de problemas de corte.

O método de geração de colunas funciona através da divisão do problema num problema mestre e um subproblema. O problema mestre utiliza apenas um sub conjunto de variáveis a considerar. O subproblema por sua vez é criado com o objetivo de identificar uma nova variável. O objetivo do subproblema é encontrar uma variável com custo reduzido negativo. Se tal não for possível a solução do problema mestre é a solução óptima do modelo linear.

No caso dos problemas de corte, cada variável de decisão representa um padrão de corte e, sendo assim, o subproblema constrói padrões de corte atrativos, isto é, que permitam melhorar o valor da função objetivo do problema mestre.

### 3.5 Heurísticas para resolução do problema

Nesta secção serão expostas algumas heurísticas existentes na literatura. Algumas das heurísticas descritas neste capítulo, apesar de não terem sido desenvolvidas para o nosso problema em específico, poderão ser utilizadas para *Multiple Stock Cutting Stock Problems*. Estas heurísticas são todas baseadas em *level packing*, que pressupõe uma divisão dos objetos grandes em várias partes que serão chamadas de níveis. Esta secção do documento estará dividida em duas subsecções: uma destinada a heurísticas de 2 estágios outra destinada a heurísticas de 3 estágios. Como já foi referido no capítulo 2, número de estágios refere-se ao número de direções diferentes em

que a máquina se terá de posicionar para efetuar um corte (ex: corte horizontal seguido de um corte vertical e com outro corte horizontal refere-se a um corte 3 estágios).

### 3.5.1 Heurísticas para 2 estágios

As heurísticas descritas neste capítulo são compostas por duas fases. Numa primeira fase os itens são organizados por níveis numa tira de largura  $W$  com comprimento infinito. O comprimento de cada nível será definido pelo primeiro item a entrar nesse nível. As peças serão dispostas por comprimentos decrescente.

Numa segunda fase, os níveis serão reorganizados de forma a caberem nos objetos grandes de largura  $W$  e comprimento  $L$  segundo a regra definida pela heurística [5].

#### 3.5.1.1 Hybrid First Fit (HFF)

Na primeira fase, as peças seguem o algoritmo FFDH (*First Fit Decreasing Height*). Este algoritmo empacota a peça seguinte no primeiro nível onde ela possa ser alocada. Caso nenhum nível possa acomodar a peça, um novo nível será criado.

A segunda fase irá adotar o mesmo tipo de algoritmo, FFDH. Neste caso, os níveis serão inseridos no primeiro padrão de corte que tenha um comprimento residual superior ao comprimento dos níveis.

#### 3.5.1.2 Hybrid Next Fit (HNF)

Esta heurística é, comparativamente com a anterior, menos eficiente. Isso acontece porque, tanto na primeira fase como na segunda, segue o algoritmo NFDH (*Next Fit Decreasing Height*). Nesse algoritmo uma peça é inserida no último nível criado. Caso isso não seja possível é criado um nível novo, ignorando sempre os níveis anteriores. Isso faz com que uma peça que poderia ser inserida nos primeiros níveis não o seja, sendo por isso menos eficiente.

#### 3.5.1.3 Hybrid Best Fit (HBF)

Nesta heurística, tanto na primeira como na segunda fase, será seguido o algoritmo BFDH (*Best Fit Decreasing Height*). Esse algoritmo empacota as peças no nível em que depois de a acomodar fique com largura residual menor. Numa segunda fase, os níveis serão inseridos no primeiro objeto grande que o possa acomodar ficando com comprimento residual menor.

### 3.5.2 Heurística para 3 estágios

Nesta subsecção será apenas referida uma heurística restrita para 3 estágios [6]. Heurísticas restritas são heurísticas onde o comprimento do nível é definido por uma peça única, e não por um conjunto de peças.

Nesta heurística é criado um nível com a primeira peça  $i$ , segundo a ordenação definida. Neste nível serão inseridas todas as peças  $j$  que contenham comprimento menor ou igual a  $i$ , que por sua

vez é o comprimento do nível, e cuja largura seja menor que a largura residual do nível. Assim que tiverem sido verificadas todas as peças  $j$ , é criado um novo nível com a peça seguinte, e assim sucessivamente até que não possam ser criados mais níveis no padrão de corte. Nesse momento, o padrão de corte é fechado e criado um novo padrão de corte caso ainda haja peças por inserir.

### 3.6 Conclusão

Após uma análise das heurísticas tornou-se claro que o caminho certo a tomar seria o de uma heurística baseada em *level packing*, organização por níveis. Este tipo de organização permite um controlo sobre o número de estágios da heurística. É importante mais uma vez referir que nenhuma das heurísticas estudadas considerava rotação de peças ou utilização de enfeitos pelo que deverão ser desenvolvidas funcionalidades que consigam tirar o melhor partido destas características.

## Capítulo 4

# Heurística Proposta

Neste capítulo trata-se da definição da heurística, tendo como meta reduzir os desperdícios no processo de corte na Textilar. Na secção 4.1 será definida e descrita a heurística criada. Posteriormente será apresentado um exemplo de forma a demonstrar o funcionamento da mesma. Por fim, na secção 4.3 serão apresentados os resultados obtidos para o exemplo de teste utilizando a heurística desenvolvida.

### 4.1 Definição e descrição da Heurística

Após uma análise acerca das heurísticas construtivas existentes na literatura acerca de *Multiple Stock Size Cutting Stock Problems* tomou-se a decisão de criar uma heurística baseada em *level packing* ou organização por níveis, já explicada no Capítulo 3, como representado na figura 4.1. Este tipo de heurísticas divide o padrão de corte em várias secções, às quais se chamam níveis, sendo o primeiro corte efetuado no sentido das mesmas. Esses mesmos níveis são depois divididos em várias *stacks* de itens, onde poderá haver uma ou mais peças dependendo do número de estágios definido.

A orientação dos níveis utilizada nesta heurística é vertical, sendo esse portanto o sentido do primeiro corte. Esta decisão foi tomada devido às medidas da mesa, com comprimento muito superior à largura, obtendo assim um padrão com vários níveis de poucas *stacks*. Esta orientação não deverá no entanto ser tomada como ideal, pois os resultados relativamente à orientação horizontal poderão variar de instância para instância.

Após estar definida a forma como se organizam as peças, é necessário definir como as ordenar. Nas heurísticas estudadas no capítulo 3, é utilizado o comprimento das peças como unidade de comparação aquando da ordenação das peças. No entanto os casos estudados utilizavam itens pequenos heterogéneos, enquanto que neste caso de estudo os itens pequenos são de um baixo número de tipos diferentes tendo cada uma deles uma procura alta. Outro factor que difere das heurísticas estudadas é a possibilidade de rotação das peças, o que aumenta a importância de ambas as medidas (comprimento e largura) aquando da ordenação dos itens.

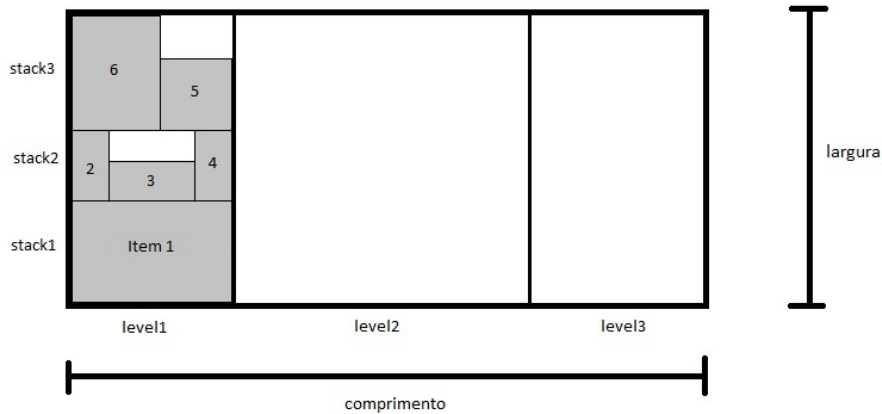


Figura 4.1: Organização de um padrão de corte por níveis

Tendo em consideração todas estas diferenças, foi criada como unidade de ordenação das peças um novo parâmetro denominado prioridade, que inclui tanto as medidas da peça (largura e comprimento) como o número de unidades que é necessário produzir. A fórmula para cálculo deste novo parâmetro pode ser vista na equação 4.1.

$$P_i = l_i * w_i * q_i \quad (4.1)$$

A heurística começa por ordenar as peças por prioridade, decidindo assim qual a peça seguinte a inserir no padrão de corte. Sempre que uma nova peça é inserida no padrão de corte, a prioridade da mesma é atualizada de forma a refazer os cálculos e definir qual a peça seguinte a ser inserida.

De forma a melhorar a eficiência da heurística, esta inclui uma funcionalidade em que sempre que uma nova peça é inserida no padrão de corte, esta verifique se existe alguma peça que falte alocar que preencha o restante do nível. A esta funcionalidade deu-se o nome de *check combos*, que será mencionada mais adiante.

Após o padrão de corte estar preenchido, este é fechado, faltando apenas definir o número de vezes que este vai ser reproduzido. De forma a evitar sobreprodução, ficou definido que o número de folhas de um padrão seria igual ao necessário até estar completa a produção de pelo menos uma das peças inserida nesse mesmo padrão. Caso sejam utilizados enfeitos no padrão de corte, também é garantido que o número de folhas em utilização é par. O comprimento é também ajustado neste momento consoante o que ficou livre.

Desta forma foi desenvolvido um código simplificado com as funcionalidades descritas. O código é baseado em ciclos. Enquanto faltarem ser produzidas peças, o código irá criar um padrão de corte. Nesta situação uma variável que define se as peças já foram testadas está a *FALSE* para todas aquelas que ainda não foram produzidas. Neste momento o programa entra num ciclo que irá testar se a peça pode ser inserida no padrão de corte, quer seja numa *stack*, num nível ou criando



um novo nível se ainda houver comprimento suficiente. Caso não seja possível inserir a peça no padrão, a variável que define se esta já foi testada é posta a *TRUE*.

Assim que forem testadas todas as peças o padrão é encerrado, o seu comprimento ajustado e um ficheiro com a informação sobre esta criado (com quantidade de peças inseridas). A variável peça testada é então posta a *FALSE* para peças que ainda não tenham sido completamente produzidas e outro padrão é aberto caso ainda haja necessidade.

O código, numa versão simplificada, pode ser analisado no algoritmo 1.

**Algoritmo 1:** Código simplificado da heurística

```
select peca;  
while ha pecas do  
    criar padrao;  
    atualizar prioridades;  
    seleccionar peca;  
    while ha pecas por testar do  
        if estagios==3 AND possivel inserir em stack then  
            verificar posicao;  
        end  
        else if possivel inserir em nivel peca inteira then  
            verificar posicao;  
            verificar combos;  
        end  
        else if possivel inserir em nivel meia peca then  
            verificar posicao;  
            verificar combos;  
        end  
        else if possivel criar nivel then  
            verificar posicao;  
            verificar combos;  
        end  
        else if possivel criar nivel meia peca then  
            verificar posicao;  
            verificar combos;  
        end  
        else  
            peca atual.testada=true;  
        end  
        atualizar prioridades;  
        seleccionar peca;  
    end  
    fechar padrao;  
    ajustar comprimento do padrao;  
    criar ficheiro do padrao;  
    reset pecas testadas;  
    fechar niveis e stacks;  
end  
criar padrao de info;
```

No anexo A.1 pode ser consultada a funcionalidade de cada função do código simplificado.

## 4.2 Apresentação de exemplo

Nesta secção será apresentado um exemplo prático utilizando dados simples, utilizados apenas para efeitos de teste, de forma a poder demonstrar o funcionamento da heurística anteriormente definida. Para isso, será explicado como é criado o primeiro padrão de corte. Na tabela 4.1 são apresentados os dados do PF que foi usado para demonstrar o funcionamento da heurística.

Tabela 4.1: Dados de pedido de fabrico

	Largura(cm)	Comprimento (cm)	Quantidade
Peça 1	180	290	15
Peça 2	240	220	6
Peça 3	260	240	10
Peça 4	50	65	70
Rolo	400	1000 (MAX)	N/A

O primeiro passo a ser feito foi uma simples verificação do nosso *lower bound*, isto é, o número mínimo de folhas, com as medidas apresentadas anteriormente, que nos permitem inserir todas as peças do PF. Este pode ser obtido dividindo a área de todas as peças do PF, chamada de área útil, com a área máxima de cada folha. Caso se obtenha um número fraccionário, deve-se considerar como lower bound o número inteiro imediatamente superior.

Os resultados estão apresentados na tabela 4.2.

Tabela 4.2: Comparação de áreas

Área Útil (cm)	$\sum_{i=1}^n l_i * c_i * q_i = 1\,951\,300$
Área p/ folha (cm)	$w_j * l_j = 400\,000$
Lower Bound	5

Seguidamente, serão apresentados alguns passos do funcionamento da heurística. Para este exemplo serão considerados três estágios de corte com trimming.

### 4.2.1 Criação do primeiro padrão de corte

Antes de ser inserida qualquer peça no padrão de corte é necessário definir a ordenação das peças. Como já referido anteriormente, a ordenação é decidida pela prioridade (largura\*comprimento\*quantidade).

Tabela 4.3: Tabela de prioridades inicial

	Largura (cm)	Comprimento (cm)	Quantidade em falta	Prioridade	Testada
Peça1	180	290	15	783000	FALSE
Peça3	260	240	10	624000	FALSE
Peça2	240	220	6	316800	FALSE
Peça4	50	65	70	227500	FALSE

Assim que for realizada a ordenação das peças, a primeira poderá então ser inserida no padrão. Relembrando o funcionamento da heurística, sempre que uma peça é inserida num nível ou cria um novo nível, esta verifica se existe mais alguma peça que, juntamente com ela, poderá preencher toda a largura do padrão de corte. Essa funcionalidade realiza todas as combinações possíveis entre a peça de maior prioridade e todas as outras: largura+largura, comprimento+comprimento, largura+comprimento, comprimento+largura. Neste caso essa funcionalidade, chamada de *check combo*, encontrou uma segunda peça que cumpria os requisitos, permitindo portanto inserir duas peças ao mesmo tempo no padrão de corte.

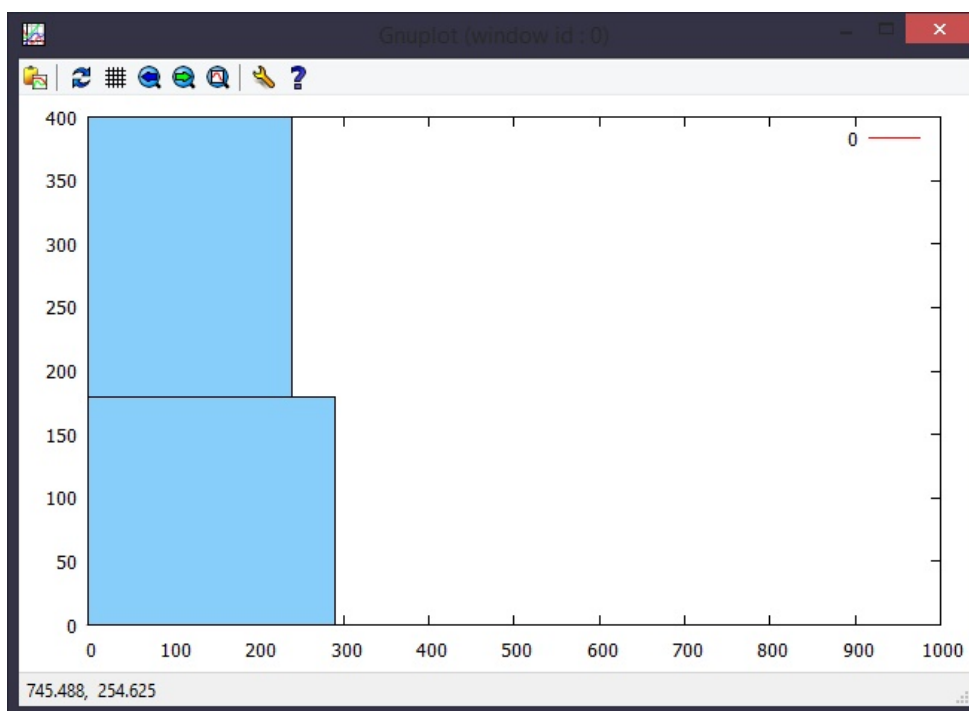


Figura 4.2: Padrão de corte teste - Parte 1

Assim que for inserida alguma peça no padrão de corte, é necessário atualizar as prioridades com as novas quantidades em falta das peças. Como neste caso a peça de maior prioridade mantém-se igual, esta irá criar um novo nível no padrão, juntamente com a peça com a qual faz *check combo*. Isto será repetido ainda uma terceira vez visto que a prioridade se mantém igual, obtendo-se o padrão representado na figura seguinte.

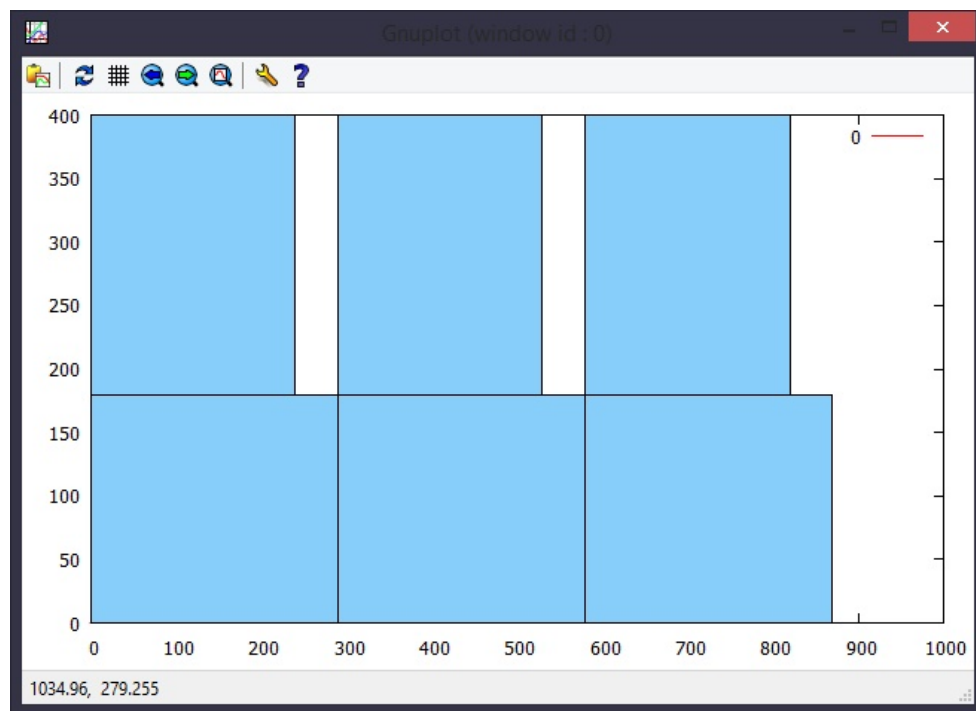


Figura 4.3: Padrão de corte teste - Parte 2

Após ser obtido o padrão representado na figura 4.3, a peça 1 continua a ter a maior prioridade. No entanto já não existe a possibilidade da peça 1 criar um novo nível peça inteira pois não existe comprimento livre suficiente, nem que seja efectuada uma rotação. Sendo assim o algoritmo verifica se existe a possibilidade desta ser inserida como meia peça. Para isso acontecer, uma das medidas da peça 1 tem que, ao ser dividida por 2, ser suficientemente pequena para criar um nível. Se essa condição se verificar e não existir ainda um nível meia peça no padrão, um nível meia peça é então criado com comprimento igual à medida da peça dividida por 2. Neste caso essa situação foi possível. Ao criar o nível, o algoritmo tenta mais uma vez efetuar um *check combo*, desta vez sem sucesso. O resultado desta iteração está representado na figura 4.4.

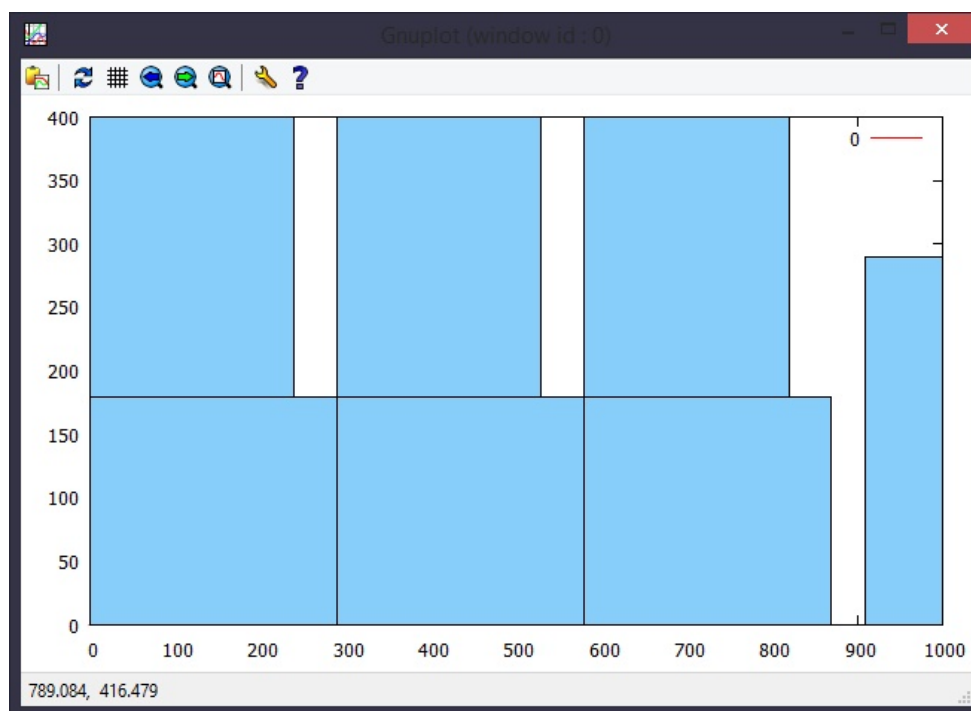


Figura 4.4: Padrão de corte teste - Parte 3

Depois de inserida a peça 1, são novamente atualizadas as prioridades. Desta vez a peça 3 passará a ter maior prioridade sendo por isso a peça seguinte a ser inserida. No entanto, nem a peça 3 nem a peça 1 têm espaço suficiente para serem inseridas no padrão, mudando assim o valor do parâmetro *testada* para estes casos.

Tabela 4.4: Tabela de prioridades intermédia

	Largura (cm)	Comprimento (cm)	Quantidade em falta	Prioridade	Testada
Peça3	260	240	10,0	624000	TRUE
Peça1	180	290	11,5	600300	TRUE
Peça4	50	65	70,0	227500	FALSE
Peça2	240	220	3,0	158400	FALSE

A peça 4 é a próxima da lista. Devido às suas pequenas dimensões, esta é capaz de preencher os pequenos espaços deixados pelas peças de maior tamanho inseridas anteriormente formando portanto o padrão que se encontra na figura abaixo. Visto que a peça 4 vai mantendo uma prioridade superior à peça 2, apenas quando a peça 4 está testada é que chega a altura de verificar se a peça 2 pode ser inserida. É importante relembrar que algumas unidades da peça 2 já foram inseridas no padrão, por via da funcionalidade *check combo*. Como o padrão não contém espaço nem em níveis nem em stacks suficientes para inserir a peça 2, esta é dada como testada fechando assim o padrão de corte que se pode ver na figura 4.5.

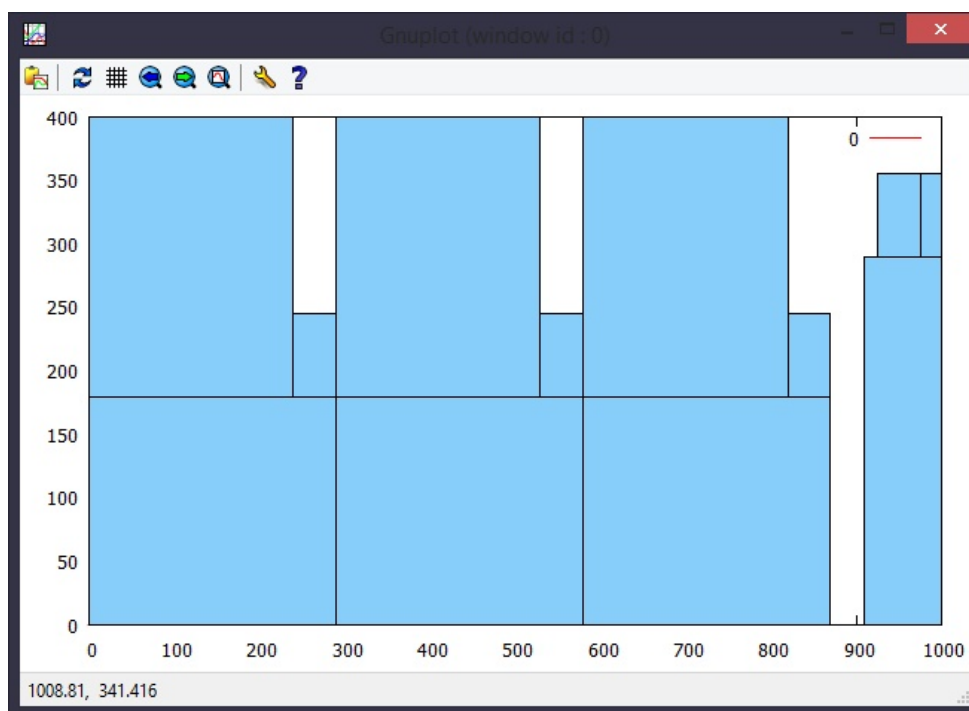


Figura 4.5: Padrão de corte teste - Parte 4

Durante o fecho do padrão é necessário efetuar um reajuste ao comprimento do padrão de forma a minimizar o desperdício do mesmo. Como já referido anteriormente, este reajuste é feito retirando o comprimento não utilizado do padrão de corte, neste caso  $40\text{cm}$ . Obtém-se então como resultado final o padrão representado na figura 4.6.

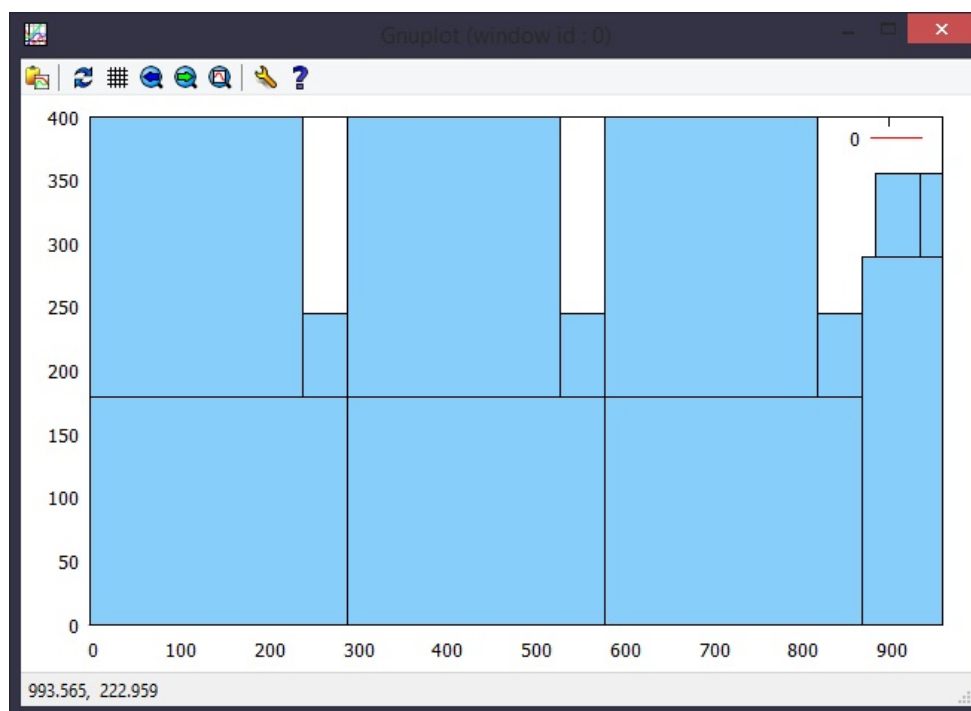


Figura 4.6: Padrão de corte teste - Final

Para finalizar falta apenas decidir o número de vezes que o padrão vai ser reproduzido. Cada padrão será reproduzido o número de vezes necessário de forma a que uma das peças contida no mesmo tenha a sua produção finalizada. Para além disso, visto que neste caso os enfeitos são utilizados para produção de peças, o número de folhas tem de ser par. Obtém-se então como valor final 2 folhas deste padrão (completando-se assim a produção da peça do tipo 2).

Tabela 4.5: Tabela de prioridades Final

	Largura (cm)	Comprimento (cm)	Quantidade em falta	Prioridade	Testada
Peça3	260	240	10	624000	TRUE
Peça1	180	290	8	417600	TRUE
Peça4	50	65	61	198250	TRUE
Peça2	240	220	0	0	TRUE

### 4.3 Resultados do exemplo teste

A aplicação desenvolvida após guardar os dados acerca da alocação de peças do PF exporta ficheiros, do tipo .txt, com o código a inserir num software que nos permite visualizar o resultado dos diferentes padrões de corte, gnuplot. Nesta subsecção são apresentados os resultados obtidos para o PF de teste, que se encontra na tabela 4.1, para diferentes estágios: 2 estágios + *trimming* (4.3.1), 3 estágios (4.3.2) e 3 estágios + *trimming* (4.3.3). Devido ao tamanho da tabela, o nome das peças (Peça1, Peça2, Peça3, Peça4) foi abreviado (P1, P2, P3 e P4).



### 4.3.1 2 estágios + *trimming*

Como esperado, os resultados para 2 estágios apresentaram resultados piores que para um número superior de estágios, não podendo alocar todas as peças do tipo 4 (50\*65) nos padrões criados para alocação de outras peças de tamanho superior, tendo sido necessário criar um padrão de corte só para a produção das restantes peças. De resto, nota-se que os padrões foram bem preenchidos. Na tabela 4.6 podem ser consultados os resultados finais para este número de estágios e nas figuras 4.7, 4.8, 4.9 e 4.10 os respetivos padrões representados.

Tabela 4.6: Resultados finais para 2 estágios + trimming

	Largura (cm)	Comprimento (cm)	P1	P2	P3	P4	Folhas	Área total (cm)
Padrão 1	400	960	3,5	3,0	0,0	0,5	2	768 000
Padrão 2	400	960	0,0	0,0	3,5	13,0	4	1 536 000
Padrão 3	400	990	5,5	0,0	0,0	5,5	2	792 000
Padrão 4	400	50	0,0	0,0	0,0	6,0	1	20 000
<b>Área total utilizada</b>								<b>3 116 000</b>
<b>Área total necessária (somatório de todas as peças)</b>								<b>1 951 300</b>
<b>Eficiência</b>								<b>63%</b>

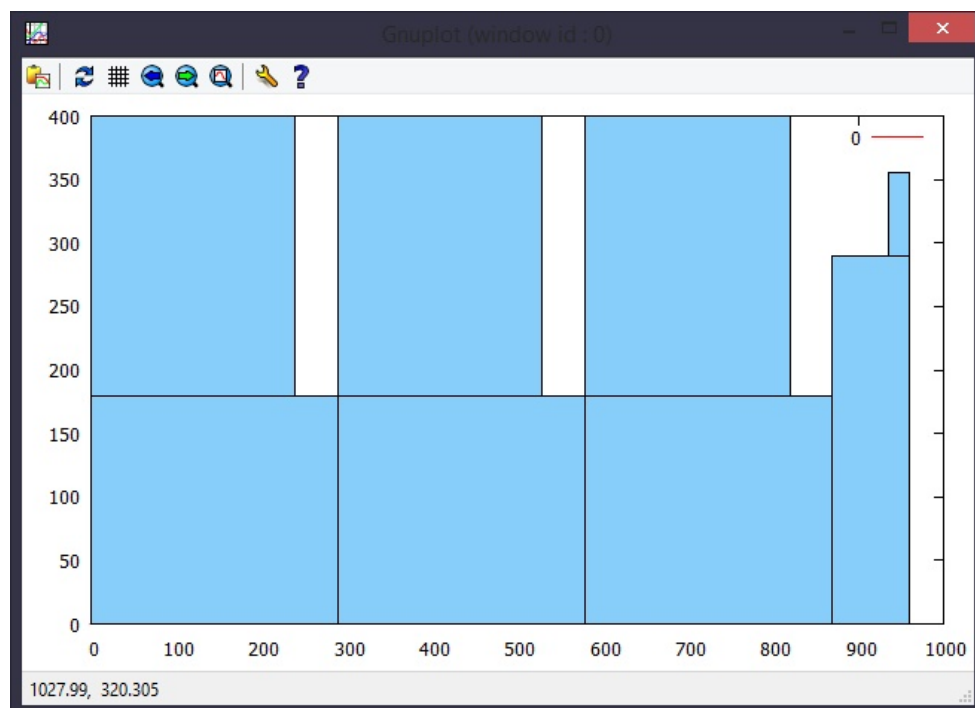


Figura 4.7: Resultados teste para 2 estágios + trimming: Padrão Nº1

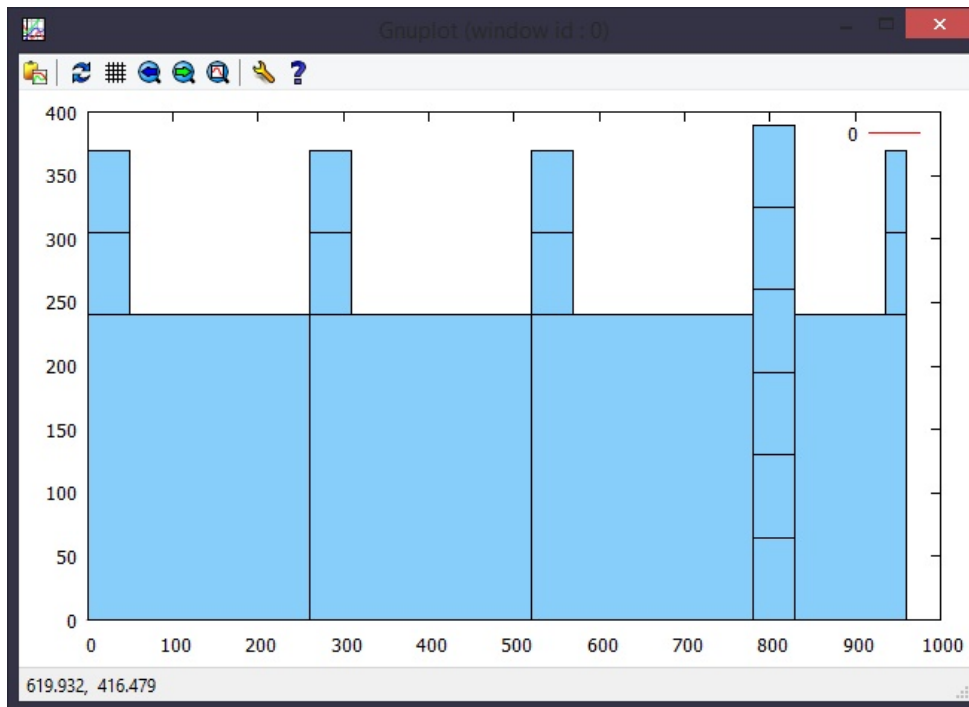


Figura 4.8: Resultados teste para 2 estágios + trimming: Padrão N°2

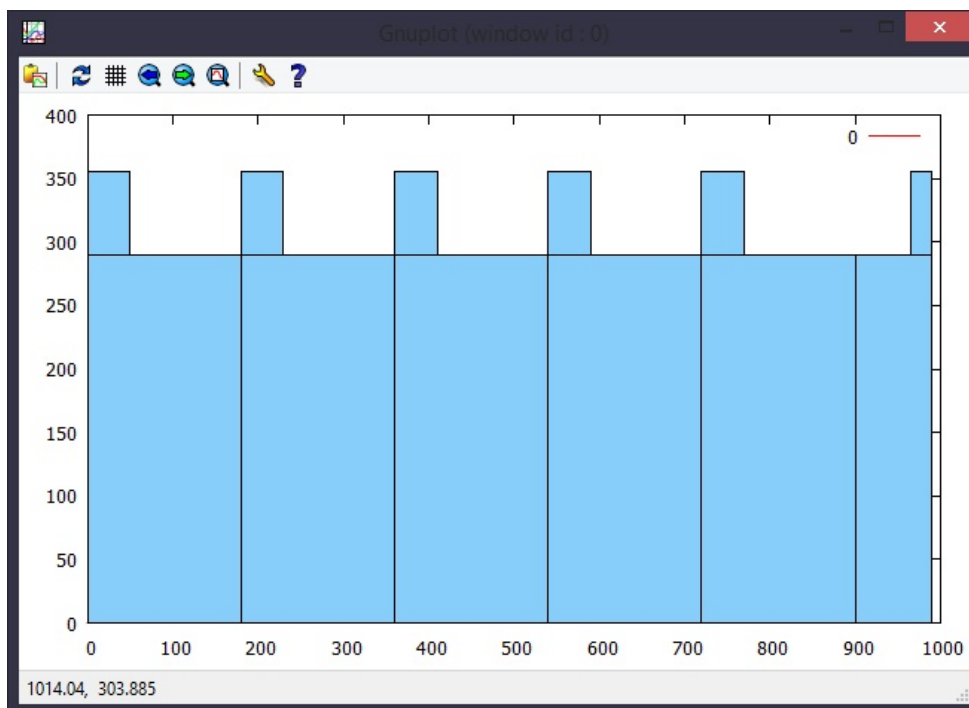


Figura 4.9: Resultados teste para 2 estágios + trimming: Padrão N°3

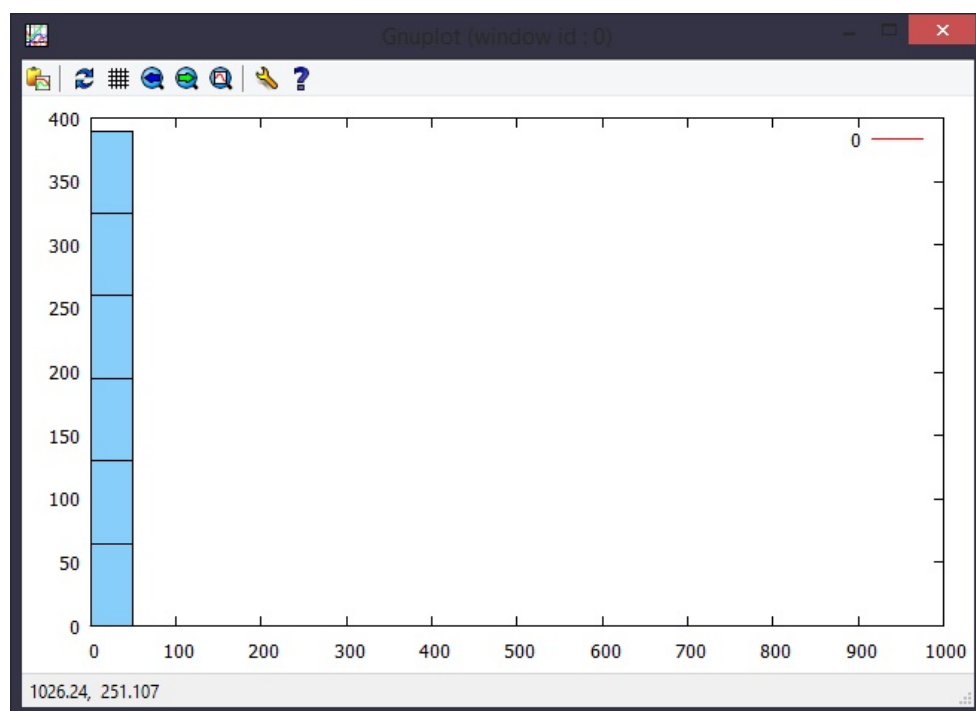


Figura 4.10: Resultados teste para 2 estágios + trimming: Padrão N°4

### 4.3.2 3 estágios

Ao poder utilizar 3 estágios já se verificou uma melhoria significativa em relação aos resultados com 2 estágios, tanto em número de folhas utilizadas como de eficiência da heurística. No entanto, devido à alta produção exigida da peça número 3, continuou a ser necessário um quarto padrão de corte que baixa significativamente a eficiência do resultado. Na tabela 4.7 podem ser consultados os resultados dos padrões, e nas figuras 4.11, 4.12, 4.13 e 4.14 as respectivas representações.

Tabela 4.7: Resultados finais para 3 estágios sem trimming

	Largura (cm)	Comprimento (cm)	P1	P2	P3	P4	Folhas	Área total (cm)
Padrão 1	400	960	3,5	3,0	0,0	1,5	2	768 000
Padrão 2	400	960	0,0	0,0	3,5	41,0	2	768 000
Padrão 3	400	990	5,5	0,0	0,0	0,0	2	792 000
Padrão 4	400	780	0,0	0,0	3,0	0,0	1	312 000
<b>Área total utilizada</b>								<b>2 640 000</b>
<b>Área total necessária (somatório de todas as peças)</b>								<b>1 951 300</b>
<b>Eficiência</b>								<b>74%</b>

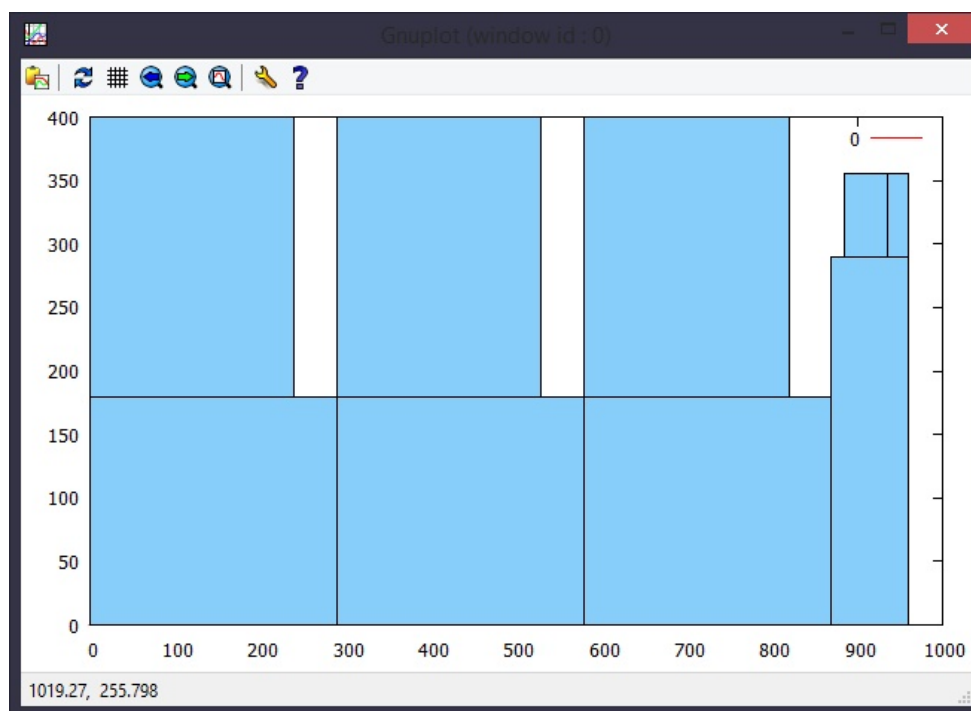


Figura 4.11: Resultados teste para 3 estágios sem trimming: Padrão N°1

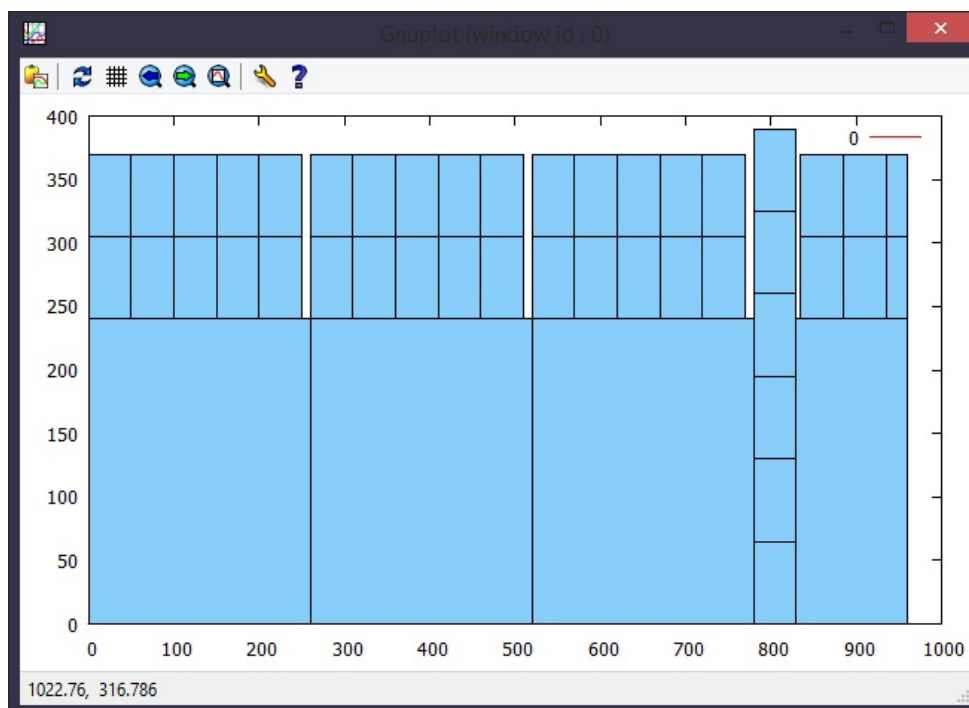


Figura 4.12: Resultados teste para 3 estágios sem trimming: Padrão N°2

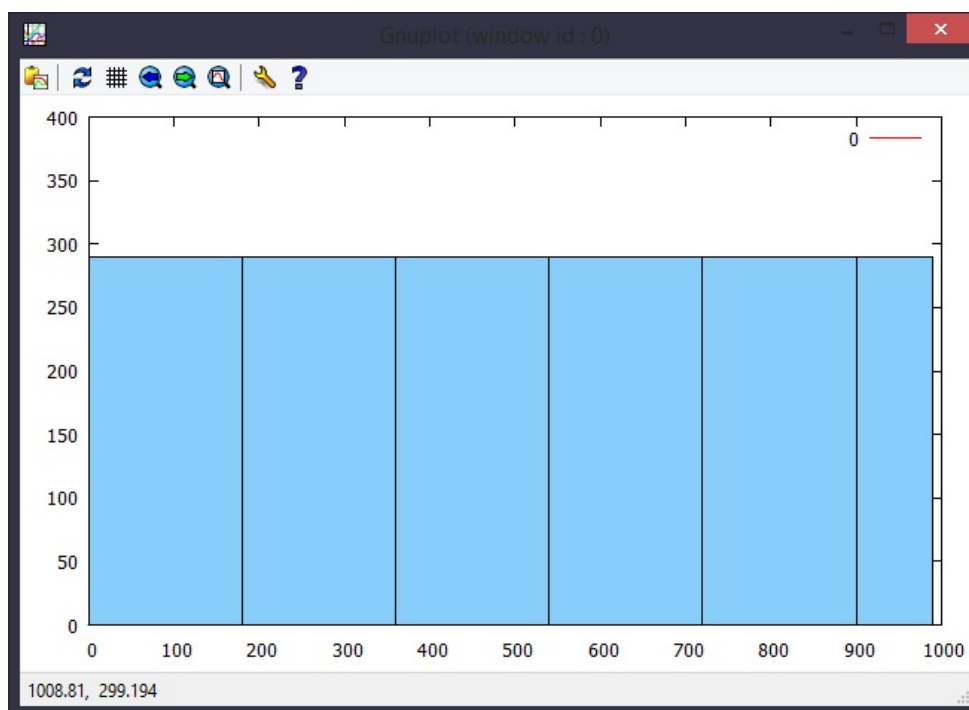


Figura 4.13: Resultados teste para 3 estágios sem trimming: Padrão N°3

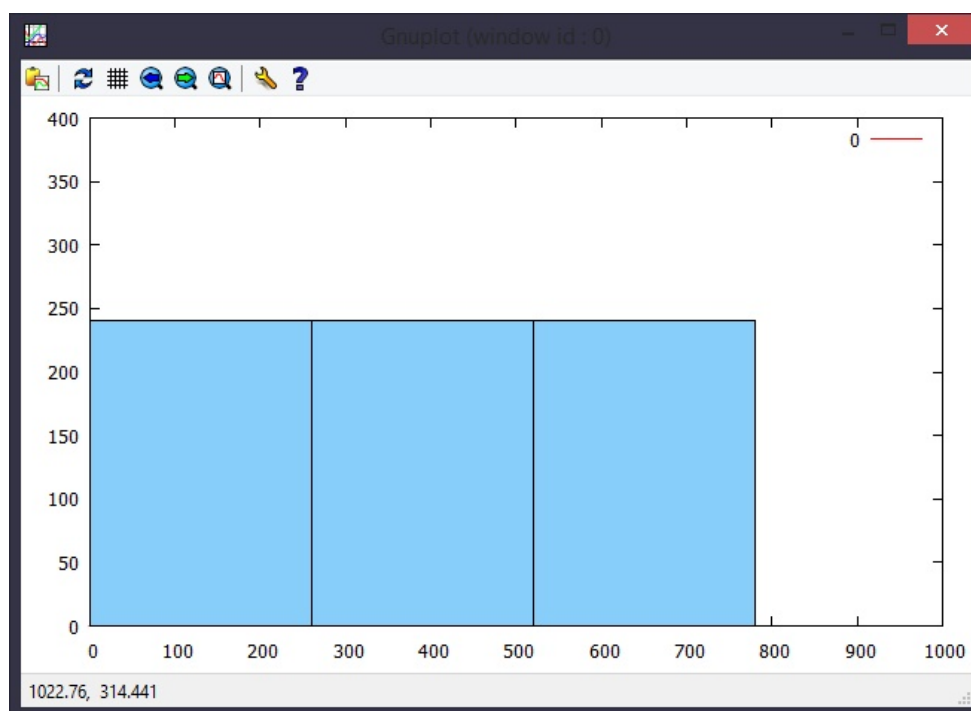


Figura 4.14: Resultados teste para 3 estágios sem trimming: Padrão N°4

### 4.3.3 3 estágios + *trimming*

A utilização de trimming com 3 estágios, no caso de teste utilizado, não provocou nenhuma melhoria em termos de eficiência da heurística, visto que apenas permitiu inserção de mais peças do tipo 4 (50\*65) no 1º padrão, como se pode ver na figura 4.15. Todos os outros padrões mantiveram-se constantes. Os resultados finais do padrão podem ser consultados na tabela 4.8.

Tabela 4.8: Resultados finais para 3 estágios + trimming

	Largura (cm)	Comprimento (cm)	P1	P2	P3	P4	Folhas	Área total (cm)
Padrão 1	400	960	3,5	3,0	0,0	4,5	2	768 000
Padrão 2	400	960	0,0	0,0	3,5	41,0	2	768 000
Padrão 3	400	990	5,5	0,0	0,0	0,0	2	792 000
Padrão 4	400	780	0,0	0,0	3,0	0,0	1	312 000
<b>Área total utilizada</b>								<b>2 640 000</b>
<b>Área total necessária (somatório de todas as peças)</b>								<b>1 951 300</b>
<b>Eficiência</b>								<b>74%</b>

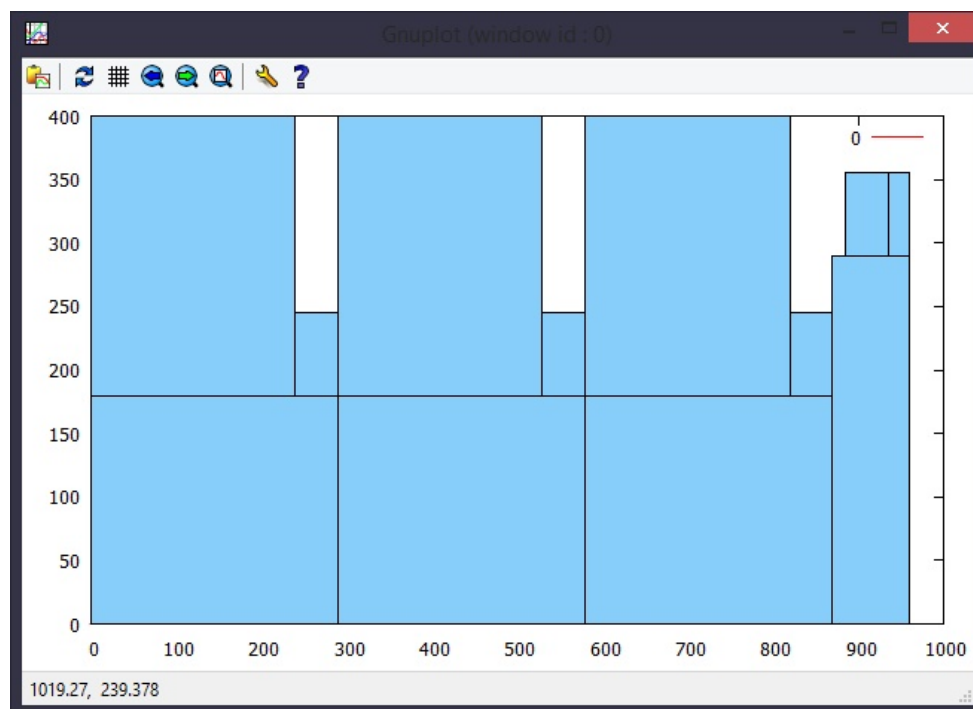


Figura 4.15: Resultados teste para 3 estágios + trimming: Padrão N°1

## 4.4 Conclusões

Os resultados obtidos para este exemplo de teste demonstraram que a utilização de um número superior de estágios provoca um aumento da eficiência da heurística, tal como esperado. No caso

do trimming, apesar de não haver um aumento da eficiência neste exemplo, existem casos para os quais se poderá verificar uma melhoria. O exemplo de teste, no entanto, não é suficiente para a análise da heurística, pois este foi criado usando um pedido de fabrico aleatório podendo nem sequer corresponder à realidade da empresa. Deverão portanto ser efetuados mais testes de forma a estudar e aprimorar a heurística criada.



## Capítulo 5

# Resultados

Neste capítulo são apresentados os resultados obtidos com a heurística desenvolvida. Na seção 5.1 é apresentada uma caracterização das instâncias analisadas e na seção 5.2 podem ser vistos os resultados obtidos assim como a discussão dos mesmos.

### 5.1 Caracterização das instâncias

Para obtenção de resultados foram analisadas 15 instâncias, fornecidas de pedidos reais efetuados à empresa Têxtilar. Cada instância contém informação acerca das medidas das diferentes peças (em *cm*), quantidades a serem produzidas, possibilidade de rotação e utilização de enfeitos, referências das peças e rolos e larguras dos rolos (em *cm*). O comprimento máximo da mesa é de 1500*cm* pelo que esse foi o valor base utilizado para criação de padrões de corte. Na tabela 5.1 são apresentados os dados que caracterizam cada uma das instâncias, assim como os valores mínimos e máximos para as medidas das peças e larguras dos rolos.

Espera-se que as instâncias que contenham peças de dimensão mais reduzida consigam obter uma percentagem de desperdício menor pois as peças mais pequenas poderão preencher os espaços deixados pelas peças de maior dimensão. Nas instâncias em que as peças têm dimensões mínimas maiores os desperdícios deverão ser também maiores, visto que não há peças para preencher os espaços de dimensão menor. Quanto às peças de maiores dimensões não há nenhuma conclusão a ser retirada pois estas terão, em princípio, uma maior prioridade sendo por isso a base dos padrões de corte e não as que irão efetuar o preenchimento dos espaços livres.

Estas conclusões estão no entanto sujeitas a outros fatores (tais como quantidade de produção de peças de maior dimensão, quantidade de larguras disponíveis para análise e número de peças a serem produzidas) não devendo por isso funcionar como medida de análise para a eficiência da heurística. A eficiência deverá ser feita comparando os diferentes números de estágios e possibilidade de rotação e inserção de meias-peças para as mesmas instâncias.

Tabela 5.1: Instâncias analisadas

ID	Nº de tipos de peças	Nº de peças	Nº de larguras do rolo	$\text{Min}(w_i; l_i)$	$\text{Max}(w_i; l_i)$	$\text{Min}(w_j)$	$\text{Max}(w_j)$
1	6	20320	4	9	249	220	270
2	6	2718	1	9	244	300	300
3	5	12740	1	78	244	270	270
4	4	1050	6	65	224	160	300
5	4	1050	6	65	224	210	250
6	4	2000	6	65	224	150	290
7	8	7700	3	65	244	250	290
8	6	3750	3	54	245	250	290
9	8	17350	4	6	816	220	290
10	6	53600	5	6	816	170	285
11	5	18400	5	89	229	170	285
12	5	12400	5	89	229	170	285
13	22	28942	1	55	278	270	270
14	9	11400	1	65	270	300	300
15	22	24694	1	55	278	270	270

## 5.2 Apresentação e discussão de resultados

Esta secção irá estar dividida em duas subsecções: resultados com rotação e inserção de meias-peças e resultados sem rotação nem inserção de meias-peças. Para o caso das instâncias em que possam ser utilizados rolos de diferentes larguras será apresentado apenas o resultado para a largura cujo desperdício médio obtido tenha sido menor.

### 5.2.1 Resultados obtidos considerando possibilidade de rotação e inserção de meias-peças

Na tabela 5.2 podem ser consultados os resultados obtidos para as instâncias considerando como número máximo de estágios 2, com trimming. A média dos desperdícios obtidos para as diferentes instâncias foi de 15.24%. As instâncias com maior desperdício médio foram a 11, 12 e 14 (todas iguais ou superiores a 20%). A 11 e a 12 inserem-se no caso referido anteriormente como de maior desperdício previsto, isto é, com maior medida mínima de todas as peças. No caso da instância 14, após analisar os dados completos, verificou-se que apenas 47% das peças continham medidas mínimas inferiores ou iguais a 150cm. Como o rolo utilizado nessa instância continha uma largura de 300cm, conclui-se que a maior parte das peças não podiam ser inseridas no mesmo nível, havendo assim um valor grande de desperdício associado que se reflete nos resultados obtidos.

Tabela 5.2: Resultados das instâncias para 2 estágios com trimming

ID	Nº de Padrões de Corte	Nº de Folhas (total)	Lower Bound	Desperdício médio
1	6	1378	1221	13.3%
2	6	138	110	16.8%
3	5	942	714	19.4%
4	4	38	35	8.5%
5	4	62	50	17.3%
6	3	153	146	3.0%
7	8	339	303	9.3%
8	6	311	246	16.3%
9	8	818	724	13.5%
10	6	4798	3570	14.3%
11	5	1866	1381	20.0%
12	5	1261	931	20.0%
13	21	1841	1551	17.8%
14	7	952	748	25.0%
15	22	1777	1547	14.2%

Os resultados para 3 estágios sem trimming, representados na tabela 5.3, obtiveram uma média de desperdício de 14.3%, uma melhoria de 0.94% em relação aos 2 estágios com trimming sendo a principal diferença entre os dois casos a utilização de diferentes rolos nas instâncias 8 e 10.

É importante salientar que nas instâncias 3 e 8 obtiveram-se desperdícios superiores aos obtidos utilizando 2 estágios. Isto acontece quando o aumento do número de estágios faz com que sejam inseridas peças num padrão de corte provocando uma diminuição do número de folhas deste, que por sua vez provoca um aumento de folhas noutro padrão. Se o padrão que fica com mais folhas tiver um maior desperdício isso irá aumentar o desperdício médio.

Tabela 5.3: Resultados das instâncias para 3 estágios sem trimming

	Nº de Padrões de Corte	Nº de Folhas (total)	Lower Bound	Desperdício médio
1	6	1370	1221	13.2%
2	6	136	110	13.5%
3	5	906	714	23.2%
4	4	38	35	8.5%
5	4	60	50	13.3%
6	3	153	146	3.0%
7	8	320	303	9.0%
8	6	300	227	20.5%
9	8	818	724	13.5%
10	6	2506	2129	13.5%
11	5	1866	1381	20.0%
12	5	1261	931	20.0%
13	19	1720	1551	12.2%
14	9	952	748	19.6%
15	22	1726	1547	12.0%

Os resultados para 3 estágios com trimming (tabela 5.4) obtiveram como esperado os melhores resultados com uma média de desperdício de 13.8%. Tal como no caso anterior (3 estágios sem trimming) as instâncias 3 e 8 obtiveram um desperdício superior ao obtido utilizando apenas 2 estágios.

Tabela 5.4: Resultados das instâncias para 3 estágios com trimming

	Nº de Padrões de Corte	Nº de Folhas (total)	Lower Bound	Desperdício médio
1	6	1317	1221	8.5%
2	6	136	110	13.5%
3	5	906	714	23.2%
4	4	38	35	8.5%
5	4	60	50	13.3%
6	3	153	146	3.0%
7	8	320	303	9.0%
8	6	300	227	20.5%
9	8	818	724	13.5%
10	6	2506	2129	13.5%
11	5	1866	1381	20.0%
12	5	1261	931	20.0%
13	18	1719	1551	9.9%
14	9	952	748	19.6%
15	20	1723	1547	11.0%

### 5.2.2 Resultados obtidos sem possibilidade de rotação nem inserção de meias-peças

Na tabela 5.5 podem ser consultados os resultados para 2 estágios com trimming. A média dos desperdícios das diferentes instâncias foi de 16.1%, superior a todas as médias obtidas com a possibilidade de rotação e inserção de enfeitos como seria de esperar.

No entanto nas instâncias 1,6 e 10 obtiveram-se melhores resultados quando retirada a possibilidade de rotação e inserção de meias-peças. Isto aconteceu pois a utilização de enfeitos afetou a distribuição de peças pelos padrões, provocando sobre-produção.

Tabela 5.5: Resultados das instâncias para 2 estágios com trimming

	Nº de Padrões de Corte	Nº de Folhas (total)	Lower Bound	Desperdício médio
1	6	847	735	11.7%
2	6	138	110	16.3%
3	5	942	714	19.4%
4	3	74	65	8.7%
5	3	69	50	27.3%
6	2	154	146	2.5%
7	8	362	303	15.0%
8	6	317	246	23.3%
9	8	837	724	16.1%
10	6	2612	2129	9.3%
11	5	1906	1381	20.0%
12	5	1286	931	20.0%
13	21	1842	1551	15.4%
14	9	1000	748	22.8%
15	22	1824	1547	13.8%

Para o caso 3 estágios sem trimming (tabela 5.6) obteve-se uma média de desperdício de 15.06%. Este resultado é melhor que os obtidos para 2 estágios, tanto sendo possível rotação e utilização de enfestos como não, e pior que o caso 3 estágios sem trimming considerando rotação e utilização de enfestos.

Tal como no subcapítulo anterior, existem algumas instâncias em que os 2 estágios são melhores que 3 estágios. No entanto em média os resultados obtidos continuam a ser melhores.

Nas instâncias testadas, os resultados para 3 estágios com ou sem trimming foram iguais. Isto acontece mais vezes quando não é possível rotação pois elimina algumas das possibilidades que haveria de encaixe das peças nas *stacks*.

Tabela 5.6: Resultados das instâncias para 3 estágios com e sem trimming

	Nº de Padrões de Corte	Nº de Folhas (total)	Lower Bound	Desperdício médio
1	6	824	735	9.8%
2	6	134	110	12.0%
3	5	906	714	23.2%
4	3	74	65	8.7%
5	3	69	50	21.0%
6	2	154	146	2.5%
7	8	347	303	15.6%
8	6	317	246	20.8%
9	8	837	724	16.1%
10	6	2502	2129	7.3%
11	5	1906	1381	20.0%
12	5	1286	931	20.0%
13	21	1749	1551	14.3%
14	9	1000	748	19.4%
15	22	1784	1547	15.2%

## Capítulo 6

# Conclusão e trabalhos futuros

Tal como foi proposto no início da dissertação, desenvolveu-se um algoritmo heurístico que nos permite efetuar a criação de padrões de corte. Este algoritmo foi implementado sob a forma de aplicação informática que, com um tempo de processamento irrelevante, extrai todos os dados necessários para análise, assim como ficheiros com informação que nos permite visualizar os padrões no software *Gnuplot*.

Após uma análise de alguns pedidos de fabrico efetuados à Textilar S.A. concluiu-se que apesar de na generalidade das instâncias os resultados obtidos utilizando enfeitos e permitindo rotação das peças eram melhores, em alguns casos isso não se verificava. Isso pode ser explicado pela sobreprodução existente do facto de serem necessários números de folhas par para padrões que utilizem enfeitos. Apesar desse problema, a maioria dos padrões de corte criados obtiveram resultados muito bons apresentando desperdícios na ordem dos 10%. O desperdício médio apresentado é no entanto superior, pois os padrões finais de cada instância foram usados para inserir as peças que sobravam do pedido, sendo essas normalmente as de maior porte ficando por essa razão muito espaço por preencher. A heurística teve por objetivo a criação de padrões de corte, devendo estes mais tarde ser inseridos num modelo matemático que permita fazer a gestão dos mesmos.

Para trabalhos futuros propõe-se o melhoramento da heurística através de meta-heurísticas, o desenvolvimento de funcionalidades que consigam lidar com a sobreprodução aquando da geração de padrões e uma análise financeira de todo o processo de corte de forma a analisar qual a melhor opção em termos de número de estágios e de padrões de corte a utilizar (custos esses que se encontram relacionados com o tempo desperdiçado durante o processo).





## **Anexo A**

# **Anexos**

### **A.1 Descrição das funções do código simplificado**

#### **A.1.1 criar pecas**

Esta função tem como objetivo a obtenção dos dados acerca do PF contidos num ficheiro txt. Nesse ficheiro podem ser extraídas informações acerca de dimensões, quantidade a produzir, possibilidade de rotação e possibilidade de utilização de enfeitos das diferentes peças.

#### **A.1.2 atualizar prioridades**

Esta função tem como objetivo reordenar o array de peças consoante a sua prioridade.

#### **A.1.3 seleccionar peca**

Esta função tem como objetivo seleccionar a seguinte peça a ser produzida. Essa será equivalente à peça com maior prioridade que ainda tenha unidades a serem produzidas e não tenha sido ainda testada neste padrão de corte.

#### **A.1.4 ha pecas por testar**

Esta função retorna um valor binário que indica se ainda há peças que ainda não foram testadas neste padrão de corte e ainda tenham unidades a serem produzidas.

#### **A.1.5 possivel inserir em stack**

Esta função retorna um valor binário que indica se a peça pode ser inserida em alguma *stack* já criada pertencente a este padrão de corte.

#### **A.1.6 possível inserir em nível peça inteira**

Esta função retorna um valor booleano que indica se a peça pode ser inserida em algum nível já criado, criando uma nova stack nesse nível e inserindo a peça na mesma. Essa verificação é feita apenas em níveis contendo a peça completa, não contando o nível que utiliza enfeitos.

#### **A.1.7 possível inserir em nível meia peça**

Esta função faz a mesma verificação que a função anterior mas no nível que utilizem os enfeitos da mesada.

#### **A.1.8 possível criar nível**

Esta função retorna um booleano que indica se é possível criar um nível novo com o comprimento igual ao da peça (ou largura caso seja possível rodar a mesma). Se for possível, irá ser criado um nível novo com uma stack nova na qual será inserida a peça.

#### **A.1.9 possível criar nível meia peça**

Esta função faz a mesma verificação que a anterior mas para o nível que utiliza os enfeitos da mesada. Só pode haver um nível deste tipo por padrão de corte.

#### **A.1.10 verificar posicao**

Esta função tem como objetivo verificar se a peça pode ser inserida na sua posição natural ou se é necessário rodar a mesma. Caso possa ser inserida de ambas as maneiras, a heurística toma como valor *default* a posição natural da peça, a menos que na outra posição exista um possível combo (explicado na função seguinte).

#### **A.1.11 verificar combos**

Esta função tem como objetivo verificar se existe, juntamente com a peça a ser inserida, outra peça que complete o restante do nível garantindo a utilização de toda a largura do nível.

#### **A.1.12 fechar padrao**

Esta função tem como objetivo encerrar o padrão de corte, funcionalidade que existe por razões de logística da aplicação.

#### **A.1.13 ajustar comprimento do padrao**

Esta função tem como objetivo ajustar o comprimento do padrão de corte reduzindo a quantidade de tecido desperdiçado.

**A.1.14 criar ficheiro do padrao**

Esta função tem como objetivo a criação dos ficheiros .txt com o código a ser copiado para o gnuplot, onde poderá ser visualizado o resultado final do padrão de corte.

**A.1.15 reset pecas testadas**

Esta função tem como objetivo mudar os valores de peça testada para *false*, visto que o padrão de corte irá mudar. Esta mudança não acontece para as peças que já não necessitem de ser produzidas.

**A.1.16 fechar niveis e stacks**

Esta função tem um objetivo idêntico à função "close bin" sendo esta utilizada para encerrar os níveis e stacks presentes no padrão de corte atual, por motivos logísticos da aplicação.

**A.1.17 criar ficheiros de info**

Esta função tem como objetivo exportar um .txt onde pode ser consultado quantas folhas devem ser produzidas de cada padrão de corte criado.



# Referências

- [1] Bernardo Cerqueira. KAIZEN NA INDÚSTRIA TÊXTIL : Uma abordagem ao aumento de produtividade e redução de desperdício. 2013.
- [2] Gerhard Wäscher, Heike Haußner, e Holger Schumann. An improved typology of cutting and packing problems. *European Journal of Operational Research*, 183(3):1109–1130, 2007.
- [3] Harald Dyckhoff. A typology of cutting and packing problems. *European Journal of Operational Research*, 44(2):145–159, 1990.
- [4] R E Gomory e P C Gilmore. Multistage Cutting Stock Problems of Two and More Dimensions. *Operations Research*, 13(1):94–120, 1965.
- [5] Andrea Lodi. Algorithms for Two-Dimensional Bin Packing and Assignment Problems. *Università degli Studi di Bologna*, 1999.
- [6] Jakob Puchinger e Günther R. Raidl. Models and algorithms for three-stage two-dimensional bin packing. *European Journal of Operational Research*, 183(3):1304–1327, Dezembro 2007.